

100 年板橋高中教師甄選數學考題

★ 第 1~10 題每題 9 分，第 11 題 10 分

★ 題目詳細敘述有些已經有點忘了，不過意思大概就是這樣囉！

1. (1)  $C_1^{2011} - C_3^{2011} + C_5^{2011} - C_7^{2011} + \dots - C_{2009}^{2011} + C_{2011}^{2011} = ?$   
 (2)  $x^4 + 3x + 5 = 0$  有四個複數根  $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ ，若  $f(x) = x^2 - 3$ ，則  $f(\alpha) \times f(\beta) \times f(\gamma) \times f(\delta) = ?$
2. 太陽在頭頂正上方，有一個不透明的箱子，請問：
  - (1) 邊長為  $a$  的正方體，請問最大的陰影面積是多少？
  - (2) 長  $a$ 、寬  $b$ 、高  $c$  的長方體，請問最大的陰影面積是多少？
3.  $\forall n \in \mathbb{N}$ ，證明  $(3 + \sqrt{5})^n + (3 - \sqrt{5})^n$  為正整數，且為  $2^n$  的倍數。
4. 有人從地球上某個點向北走 200km、再向東走 200km、再向南走 200km，竟然回到原點，請問有可能嗎？
5. 將一個正方體垂在空中，離地平面最近的點為  $A$ ，其三個鄰角距離平面分別是 10、11、12 個單位，則  $A$  距離地平面多少單位？
6.  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100} \in \{2011, 2012, 2013, \dots, 2110\}$ ，( $a_n$  可重複)，定義  
 $S_1 = a_1, S_2 = a_1 + a_2, S_3 = a_1 + a_2 + a_3, \dots, S_{100} = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{100}$   
 若  $S_1, S_2, S_3, \dots, S_{100}$  都不為 3 的倍數，則會有幾組  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{100}$  滿足條件？
7.  $n \in \mathbb{N}, n \geq 5, S = \{5, 6, 7, 8, \dots, n\}$ ，將  $S$  任意拆解成兩個子集合，必定有元素  $a, b, c$  使得  $ab=c$ ，試求出最小的  $n$  值。
8. 尺規作圖：某個三角形的鍋子，拿來煎東西，正面煎完後要翻面繼續煎，不過正常情形下整個東西翻面過來都不能剛好放進鍋子裡，請問要怎麼把東西切開來，翻面過來後能夠剛好放進整個鍋子？
9. (1) 為什麼很多人去北歐參訪？闡述芬蘭的教育理念。  
 (2) 你會如何指導學生參加數學競賽？提出你的高見。  
 (3) 你得意的事蹟(教學、獲獎等)？  
 (4) 你的教育理念(並說明你的個人特質，作為甄選的參考)。
10. (題目有給圖形) 一個直角三角柱  $ABC - A'B'C'$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\overline{BC} = \overline{CC'} = 2$ ， $\overline{AC} = \sqrt{18}$ ，點  $P$  在  $\overline{BC'}$  上，則  $\overline{PC} + \overline{PA'}$  的最小值為？
11. (題目有給圖形) 三角形  $ABC$ ， $AB > AC$ ， $D_1$  在  $BC$  上，以  $AD_1$  為直徑做一圓，交  $AB$  於  $M$  點，交  $AC$  的延長線於  $N$  點。作  $AP$  垂直  $MN$  於  $P$  點，且  $AP$  交  $BC$  於  $D_2$ 。作角  $A$  的外角平分線交  $BC$  的延長線於  $E$  點，證明： $\frac{1}{BE} + \frac{1}{CE} = \frac{1}{D_1E} + \frac{1}{D_2E}$ 。

