

臺南市立蓮潭國民中小學 115 學年度教師甄選初試試題

科 目：數學科

考試時間：90 分鐘

\*請聽到鈴（鐘）聲響後再翻頁作答

**【注意事項】**

1. 請確認你的答案卡、准考證與座位號碼是否一致無誤。
2. 答案請劃記於答案卡上，寫在試題卷上不予計分。
3. 考試開始後 15 分鐘不得入場，50 分鐘後始得離場。
4. 禁止使用手機、智慧型穿戴裝置及其他通訊設備。
5. 試題卷不得攜出試場。
6. 違反試場規則者，依相關規定處理

臺南市立蓮潭國民中小學115學年度教師甄選初試公告版

以下題目共 50 題，所有試題均為四選一的選擇題，請依照題意從選項中選出一個正確或最佳的答案，答錯不倒扣。(每題 2 分，共 100 分)

1. 設直線  $L: ax+by=c$ ，若  $ac > 0$  且  $ab < 0$ ，則此直線  $L$  不過第幾象限？  
(A) 一  
(B) 二  
(C) 三  
(D) 四
2. 設  $a, b$  為實數，且不等式  $|ax+5| > b$  的解為  $x < -1$  或  $x > 6$ ，求  $a+b = ?$   
(A) -9  
(B) -5  
(C) 5  
(D) 9
3. 一袋中有 10 元硬幣 2 枚，5 元硬幣 3 枚，1 元硬幣 5 枚，今自袋中取出兩枚 (設每個硬幣被取出之機會相等)，則其取出金額的期望值為何？  
(A) 2 元  
(B) 4 元  
(C) 6 元  
(D) 8 元
4. 已知某一組統計數據  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的算術平均數  $\mu_x = 10$ 、標準差  $\sigma_x = 3$ 、中位數  $Me_x = 12$ 、眾數  $Mo_x = 8$ ，若每一個數據經由  $y = -4x + 3$  轉換，則對轉換後的數據  $y_1, y_2, \dots, y_n$  而言，下列何者正確？  
(A) 算術平均數  $\mu_y = 43$   
(B) 標準差  $\sigma_y = -12$   
(C) 中位數  $Me_y = -45$   
(D) 眾數  $Mo_y = -32$

5. 設矩陣  $A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} 2a_1 & 3c_1 & 4a_1 + b_1 \\ 2a_2 & 3c_2 & 4a_2 + b_2 \\ 2a_3 & 3c_3 & 4a_3 + b_3 \end{bmatrix}$  且  $\det(A) = 6$ ，則  $\det(B) = ?$
- (A) 36  
(B) -36  
(C) -144  
(D) -1296
6. 設  $k$  為正整數，則介於  $\frac{1}{8}$  與  $\frac{1}{7}$  之間的有理數中，形如  $\frac{k}{280}$  之最簡分數共有幾個？
- (A) 1  
(B) 2  
(C) 4  
(D) 6
7. 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  皆為實數，則下列選項中的敘述，何者正確？
- (A) 若數線上兩點  $P$  和  $Q$  分別在  $a$  和  $-b$  處，則線段  $\overline{PQ}$  的長度為  $a+b$   
(B) 若  $a > b$  且  $ab > 0$ ，則  $|a| > |b|$   
(C) 若  $a \neq 0$ ，則不等式  $a|x+1| > 1$  的解為  $x > \frac{1}{a} - 1$  或  $x < -\frac{1}{a} - 1$   
(D)  $|a-c| + |b-c| \geq |a-b|$
8. 有三個數  $a = 2\sqrt{2} + \sqrt{3}$ 、 $b = 2 + \sqrt{7}$ 、 $c = \sqrt{5} + \sqrt{6}$ ，則此三數的大小順序為何？
- (A)  $a > b > c$   
(B)  $a < b < c$   
(C)  $b > a > c$   
(D)  $a < c < b$
9. 丟擲兩粒均勻的骰子，已知骰子出現不同的點數，則至少有一粒骰子出現 6 點的條件機率為何？
- (A)  $\frac{5}{36}$   
(B)  $\frac{5}{18}$   
(C)  $\frac{1}{6}$   
(D)  $\frac{1}{3}$

10. 設  $A$  事件發生的機率為  $\frac{2}{3}$ 、 $B$  事件發生的機率為  $\frac{1}{4}$ ，今以  $p$  表示  $A$  事件或  $B$  事件發生的機率，則  $p$  的範圍為何？

- (A)  $\frac{1}{4} \leq p \leq \frac{2}{3}$
- (B)  $\frac{2}{3} \leq p \leq \frac{3}{4}$
- (C)  $\frac{1}{4} \leq p \leq \frac{11}{12}$
- (D)  $\frac{2}{3} \leq p \leq \frac{11}{12}$

11.  $(x-2y+3z)^6$  的展開式中， $x^3y^2z$  的係數為何？

- (A) 60
- (B) 180
- (C) 240
- (D) 720

12. 設  $a_1, a_2, a_3, a_4$  為正實數，若  $a_1, a_2, a_3, a_4$  為等差遞增數列且  $a_1, a_2, a_4$  為等比數列，則  $\frac{a_1}{a_4}$  之值為何？

- (A)  $\frac{1}{12}$
- (B)  $\frac{1}{6}$
- (C)  $\frac{1}{4}$
- (D)  $\frac{1}{3}$

13. 已知一次函數  $y = ax + b$  同時通過第一、三、四象限，下列哪一個選項的圖形最接近三次函數  $y = ax^3 + bx$  的圖形？

- (A)  (B)  (C)  (D) 

14. 設  $\alpha$ 、 $\beta$  為  $2x^2 - x + 5 = 0$  的兩根，試求  $\frac{1}{2\alpha^3 - \alpha^2} + \frac{1}{2\beta^3 - \beta^2}$  之值為下列何者？

(A)  $\frac{1}{5}$

(B)  $\frac{5}{2}$

(C)  $\frac{1}{25}$

(D)  $-\frac{1}{25}$

15. 試求滿足此不等式  $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 3x + 2} < -1$  的正整數解共有幾個？

(A) 3

(B) 2

(C) 1

(D) 0

16. 設  $a = \cos 340^\circ$ ， $b = \sin 157^\circ$ ， $c = \tan 225^\circ$ ， $d = \cot 220^\circ$ ， $e = \csc 503^\circ$ ，則

下列關於  $a$ ， $b$ ， $c$ ， $d$ ， $e$  的大小關係何者正確？

(A)  $a < b < c < d < e$

(B)  $b < a < c < d < e$

(C)  $a < b < c < e < d$

(D)  $b < a < c < e < d$

17. 橢圓  $4x^2 + 9y^2 - 8x + 36y + 4 = 0$ ，下列選項何者正確？

(A) 橢圓的中心在  $(-1, 2)$

(B) 長軸長為 3

(C) 短軸位於  $y = -2$

(D) 正焦弦長為  $\frac{8}{3}$

18. 設  $\vec{u}$  和  $\vec{v}$  為坐標平面上兩個非零且不平行的向量，已知  $|\vec{v}|=1$ 、 $|\vec{u}+\vec{v}|=\sqrt{3}$  且  $\vec{u}+\vec{v}$  和  $\vec{v}$  垂直，則下列選項何者錯誤？
- (A)  $\vec{u}\cdot\vec{v}=-1$   
 (B)  $|\vec{u}|=2$   
 (C)  $|\vec{u}-\vec{v}|=\sqrt{7}$   
 (D)  $\vec{u}$  和  $\vec{v}$  的夾角為  $\frac{\pi}{3}$

19. 已知方程  $\begin{bmatrix} a & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 \\ 1 & 1 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$  有無窮多解，則  $a = ?$

- (A) 1  
 (B) 2  
 (C) -1  
 (D) -2

20. 設三次多項式  $f(x)=3(x+2)^3-(x+2)^2-(x+2)-2$ ，則下列選項何者正確？
- (A)  $f(x)$  的常數項為 -2  
 (B)  $f(x)$  除以  $x-8$  的餘式為 -680  
 (C)  $f(x)$  除以  $x^2-8x$  的餘式為  $363x+16$   
 (D)  $2x+5$  為  $f(x)+\frac{17}{8}$  的因式

21. 不等式  $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > \log_{\frac{1}{4}}(3-x)$  之解為  $a < x < b$ ，則  $a+b = ?$

- (A) 1  
 (B) 2  
 (C) 3  
 (D) 4

22. 設  $k > 0$ ，已知圓  $C: x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$  與直線  $L: 2x - y + k = 0$  相切，求  $k = ?$

- (A) 2  
 (B) 4  
 (C) 6  
 (D) 8

23. 空間中，設直線  $L: \frac{x-2}{3} = \frac{y-5}{1} = \frac{z-2}{-4}$  落在平面  $E: ax - y + bz = 5$  上，求

$$a = ?$$

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3

24. 設  $-10 < m < 10$ ，試問有多少個整數  $m$ ，使得二次函數

$$y = mx^2 + 10x + m + 6 \text{ 的圖形恆在直線 } y = 2 \text{ 的上方？}$$

- (A) 2
- (B) 4
- (C) 6
- (D) 8

25. 已知空間中三點  $A(6, -4, 4), B(3, -1, 4), C(2, 1, 2)$ ， $A$  到直線  $BC$  的距離為何？

- (A) 3
- (B) 9
- (C)  $\frac{3}{2}$
- (D)  $\frac{9}{2}$

26. 已知坐標平面上一定點  $A(1, 2)$ ，點  $F$  為拋物線  $y = x^2$  的焦點，若  $P$  為拋物

線上的動點，則  $\overline{PA} + \overline{PF}$  的最小值為何？

- (A)  $\sqrt{2}$
- (B)  $\sqrt{5}$
- (C)  $\frac{7}{4}$
- (D)  $\frac{9}{4}$

27. 下列敘述何者正確？

(A) 若  $f(a)f(b) < 0$ ，由勘根定理知方程式  $f(x) = 0$  在  $(a,b)$  中必至少有一實根

(B) 若  $f(x)$  在  $x = 0$  處不連續且  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  存在，則  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \neq f(0)$

(C) 若  $m$  是函數  $f(x)$  的一個極小值， $M$  是函數  $f(x)$  的一個極大值，則  $M \geq m$

(D) 若  $f''(c) = 0$ ，則函數  $f(x)$  的反曲點為  $(c, f(c))$ 。

28. 圓內接四邊形  $ABCD$ ，已知  $\overline{AD} = 5, \overline{BC} = 5, \overline{CD} = 3, \angle BCD = 120^\circ$ ，則  $\overline{AB}$  的長度落在下列哪個範圍中？

(A)  $1 \leq \overline{AB} < 3$

(B)  $3 \leq \overline{AB} < 5$

(C)  $5 \leq \overline{AB} < 7$

(D)  $7 \leq \overline{AB} < 9$

29. 若  $(3+i)(\cos \theta + i \sin \theta) = \sqrt{10}$ ，則  $\theta$  是第幾象限角？

(A) 第一象限角

(B) 第二象限角

(C) 第三象限角

(D) 第四象限角

30. 若  $x, y, z, u \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ， $(x-y)(y-z)(z-u)(u-x) \neq 0$ ，則  $(x, y, z, u)$  有多少組解？

(A) 1296

(B) 360

(C) 750

(D) 630

31. 設  $a$  為實數， $f(x) = x^4 + 2x^3 + ax^2 + 2x + 1 = 0$  至少有一實根，求  $a$  之最大值為何？
- (A) 2  
(B) 3  
(C) 4  
(D) 0
32. 銳角三角形  $ABC$  中，若  $\tan A$ ， $\tan B$ ， $\tan C$  成等差，則  $\tan A \tan C$  的值為何？
- (A) 3  
(B) 2  
(C) 1  
(D)  $\frac{1}{3}$
33. 已知  $y = \sin x$  ( $0 \leq x \leq \pi$ ) 與  $x$  軸所圍成的面積為 2，則  $y = |\sin x|$  與  $y = \frac{2}{\pi}|x|$  所圍成的區域面積為何？
- (A)  $1 + \frac{\pi}{8}$   
(B)  $1 - \frac{\pi}{4}$   
(C)  $2 - \frac{\pi}{8}$   
(D)  $2 - \frac{\pi}{2}$
34. 空間中一向量  $\overrightarrow{AB}$  在  $xy$  平面的投影長為 7，在  $yz$  平面的投影長為 24，求  $|\overrightarrow{AB}|$  的最大與最小值的和？
- (A) 48  
(B) 49  
(C) 50  
(D) 51

35. 指數函數  $f(x) = a^x$ ，其中  $a > 0$ ， $a \neq 1$ ， $x$  為實數，則下列選項何者正確？

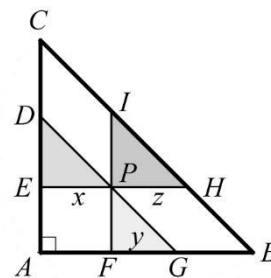
- (A)  $f(x)$  的圖形必通過定點  $(1, 0)$   
 (B)  $f(x)$  的圖形與任一平行  $x$  軸的直線都恰有一交點  
 (C) 若  $x_2 > x_1$ ，則  $f(x_2) > f(x_1)$   
 (D) 若  $x_1 \neq x_2$ ，則  $\frac{f(x_1) + f(x_2)}{2} > f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)$

36. 若函數  $f(x) = \sqrt{3} \sin 3x - \cos 3x + 2$ ，則下列選項何者錯誤？

- (A)  $0 \leq f(x) \leq 4$   
 (B)  $f(x)$  在  $x = \frac{2\pi}{9}$  時有最大值  
 (C)  $f(x)$  的週期為  $\frac{\pi}{3}$   
 (D)  $f(x)$  的圖形對稱於直線  $x = \frac{5\pi}{9}$

37. 如圖， $\triangle ABC$  是腰長為 6 的等腰直角三角形， $P$  是其內部一點，過  $P$  作三條分別平行三邊的直線，得出三個腰長分別為  $x, y, z$  的等腰直角三角形，則  $\triangle PDE$ 、 $\triangle PFG$ 、 $\triangle PHI$  面積和的最小值為何？

- (A) 12  
 (B) 6  
 (C) 10  
 (D) 14



38. 已知空間中，直線  $L_1 : \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{6}$  與  $L_2 : \begin{cases} x = 1 + 2s \\ y = -1 - s \\ z = 2s \end{cases}$  ( $s$  為任意實數) 共

平面，則  $L_1$ 、 $L_2$  的交角平分線方程式有兩條，設其中一條為

$T : \begin{cases} x = 1 + at \\ y = -1 + t \\ z = b + ct \end{cases}$ ， $t$  為任意實數，其中  $a$ 、 $c$  同號，試問  $a+b+c$  之值為何？

- (A) 20  
 (B) 22  
 (C) 24  
 (D) 26

39. 在空間坐標系中有一直線  $L: \begin{cases} x=0 \\ y+z=1 \end{cases}$  及球面  $S: x^2 + y^2 + z^2 = 25$ ，現以  $z$  軸

為中心軸，將直線  $L$  繞  $z$  軸旋轉一圈後，直線與球面交出兩圓，則此兩交圓面積中，小圓面積：大圓面積的比為何？

- (A) 5 : 12  
(B) 3 : 8  
(C) 4 : 9  
(D) 9 : 16

40. 已知方程組  $\begin{cases} x-2y+z=a \\ x-9y+5z=b \\ 2x+3y-2z=c \end{cases}$ ，則下列哪個選項之  $a$ ， $b$ ， $c$  可使得該方程

組有解？

- (A)  $a=1$ ， $b=2$ ， $c=3$   
(B)  $a=4$ ， $b=5$ ， $c=6$   
(C)  $a=\frac{1}{6}$ ， $b=\frac{1}{3}$ ， $c=\frac{1}{6}$   
(D)  $a=\frac{1}{3}$ ， $b=\frac{1}{2}$ ， $c=\frac{1}{4}$

41. 設  $f(x)$  是奇函數， $g(x)$  是偶函數， $f'(3) = g'(3) = 4$ ，選出正確的敘述。

- (A)  $f'(-3) = g'(-3) = 4$   
(B)  $f'(-3) = g'(-3) = -4$   
(C)  $f'(-3) = 4$ ， $g'(-3) = -4$   
(D)  $f'(-3) = -4$ ， $g'(-3) = 4$

42. 下列何者為在  $0 \leq x \leq 1$  範圍內， $f(x) = x^3$  的函數圖形與  $x$  軸所圍面積的黎曼和？

- (A)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^4} \sum_{j=1}^n j^3$   
(B)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3} \sum_{j=1}^n j^4$   
(C)  $\sum_{j=1}^n j^3 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^4}$   
(D)  $\sum_{j=1}^n j^4 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^3}$

43. 設函數  $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + c$ ，其中  $c$  為常數，已知  $f(x)$  在區間  $[-2, 2]$  上有最大值 3，則  $f(x)$  在區間  $[-2, 2]$  上的最小值為何？

- (A) -37
- (B) -11
- (C) -5
- (D) 條件不足，無法判定

44. 設矩陣  $P = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ，且  $PAP^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，若  $A^6 = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則  $b = ?$

- (A) 126
- (B) 127
- (C) 128
- (D) 130

45. 若複數滿足  $|z-1|=1$ ，而複數  $\omega = zi, i = \sqrt{-1}$ ，試求  $|\omega + 4 - 3i|$  的最大值為何？

- (A)  $1+3\sqrt{3}$
- (B)  $1+2\sqrt{5}$
- (C)  $1+\sqrt{34}$
- (D)  $1+4\sqrt{2}$

46. 一質點從數線上原點出發，每次投擲一公正骰子，得偶數向右移動 1 單位，得奇數則向左移動 1 單位，則投擲 10 次後它的位置在 6 的機率為何？

- (A)  $\frac{10}{1024}$
- (B)  $\frac{21}{1024}$
- (C)  $\frac{45}{1024}$
- (D)  $\frac{210}{1024}$

47. 設  $S_n$  表示自然數  $21^n$  所有正因數的和，則  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{21^n} = ?$

- (A)  $\frac{1}{12}$
- (B)  $\frac{1}{21}$
- (C)  $\frac{7}{4}$
- (D)  $\frac{7}{3}$

48. 設  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 4$ ，已知  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2} = 4$  且  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{f(x)}{x+2} = k$ ，其中  $k$  為實

數，則下列選項何者錯誤？

- (A)  $\deg f(x) = 2$
- (B)  $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = 0$
- (C)  $a + b + c = 14$
- (D)  $k = 6$

49. 滿足  $z^6 - z^4 + z^2 - 1 = 0$  的 6 個根在複數平面上對應的點所決定的多邊形面積為何？

- (A)  $\frac{3}{2}\sqrt{3}$
- (B)  $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (C)  $\sqrt{2} - 1$
- (D)  $\sqrt{2} + 1$

50. 在  $x \geq 0$ ， $y \geq 0$ ， $L_1: x + 2y \geq 2$ ， $L_2: 4x + 3y \leq 12$  的限制條件下， $x^2 + y^2$  的最小值為何？

- (A)  $\frac{4}{5}$
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 4