

國立嘉科實驗高級中學

115學年度國中部教師甄選

數學科 試題

作答注意事項

1. 本試題共兩部分：測驗題及非選擇題，共計 100 分。
2. 選擇題請用 2B 軟心鉛筆在答案卡劃記，非選擇題限用藍色、黑色原子筆或鋼筆在答案本上作答，但繪圖時得使用黑色鉛筆。
3. 本科不可以使用電子計算器。

武豐公告用

一、選擇題（每題 4 分，共 20 分）

() 1. 設點 (a, b) 在函數 $y = -2x + 3$ 上，且 $-2 \leq a \leq 1$ ，則 ab 之最大值為何？

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{9}{8}$ (C) $\frac{3}{2}$ (D) 2

Ans: B

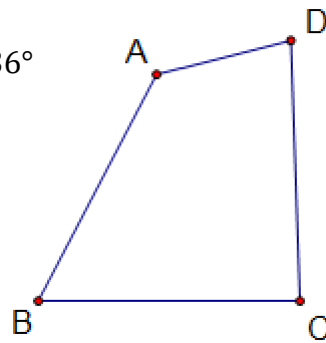
() 2. 已知 a, x, y, b 為一等差數列，而 a, u, v, b 為一等比數列，且此六數皆為實數，則下列哪一個選項正確？

- (A) 若 $au < 0$ ，則 $vb < 0$ (B) $a < x$ 與 $y > b$ 可能同時成立
(C) $a < u$ 與 $v > b$ 可能同時成立 (D) 若 $a + x < 0$ ，則 $y + b < 0$

Ans: A

() 3. 如圖(一)，四邊形 ABCD 中， $\angle B = 60^\circ$ ， $\angle C = 88^\circ$ ， $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 8$ 公分，則 $\angle BAD$ 之度數為何？

- (A) 128° (B) 130° (C) 134° (D) 136°



圖(一)

Ans: D

() 4. 有一數列 $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_{48}, a_{49}, a_{50}, a_{51}$ ，其中， $a_1 + a_2 = 1$ ， $a_2 + a_3 = 2$ ， $a_3 + a_4 = 3$ ， $a_4 + a_5 = 4$ ， \dots ， $a_{50} + a_{51} = 50$ ， $a_{51} + a_1 = 51$ 。求 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + \dots + a_{48} + a_{49} + a_{50} + a_{51}$ 之值為何？

- (A) 538 (B) 663 (C) 1076 (D) 1326

Ans: B

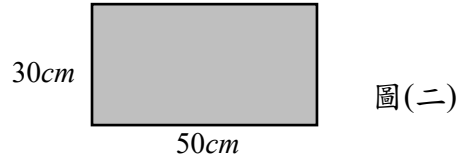
() 5. 設 a 為實數，方程式 $|x^2 - 1| - x - a = 0$ 恰有 3 個實數解，求 a 的值為何？

- (A) $a = -1$ (B) $-1 < a < 1$ 或 $a > \frac{5}{4}$
(C) $a = 1$ 或 $a = \frac{5}{4}$ (D) $1 < a < \frac{5}{4}$

Ans: C

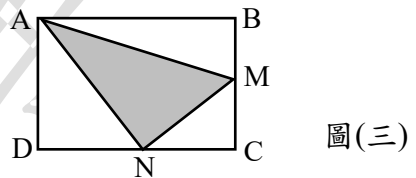
二、填充題（每題 4 分，共 32 分）

1. 如圖(二)。王爸爸想利用 5 塊長和寬分別為 30cm 、 10cm 的地磚，以不裁切的方式鋪滿 $30\text{cm}\times 50\text{cm}$ 的區域。請問：王爸爸鋪設的方式有_____種？



Ans:4

2. 如圖(三)。矩形 ABCD 中，M 點與 N 點分別為 \overline{BC} 與 \overline{CD} 的中點，且矩形 ABCD 的面積為 112 cm^2 。請問： $\triangle AMN$ 的面積是_____ cm^2 ？

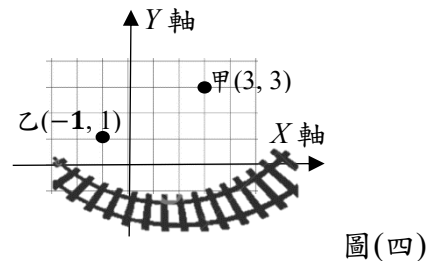


Ans:42

3. 將數字 1~6 組合成兩個 3 位數，再將這兩個 3 位數相加後，最大值為 M，最小值為 N。求 $M-N$ 的值为_____？

Ans : 792

4. 甲和乙兩新市鎮位於鐵路的同側。為了疏通兩新市鎮未來的人潮，政府希望在鐵路沿線增設一個火車站，此車站必須與兩新市鎮的距離相同。城市規劃師將兩新市鎮以及鐵路的位置繪製於坐標平面上，如圖(四)符合上述條件的火車站座標為 $(m, -1)$ ，求 m 的數值為_____。

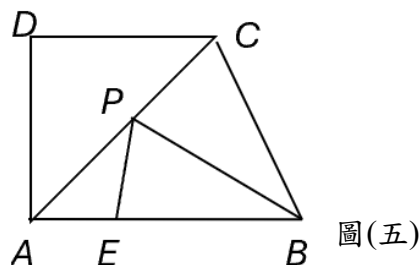


Ans : $\frac{5}{2}$

5. 化簡 $\sqrt{5 + \sqrt{5^2 + \sqrt{5^4 + \sqrt{5^8 + \dots}}}}$ 後的數值為_____。

Ans : $\frac{5+\sqrt{5}}{2}$

6. 如圖(五), 在梯形 $ABCD$ 中, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\angle BAD = 90^\circ$, $\overline{AB} = 6$, 對角線 \overline{AC} 平分 $\angle BAD$, E 點在 \overline{AB} 上, 且 $\overline{AE} = 2$ ($\overline{AE} < \overline{AD}$), P 點是 \overline{AC} 上的動點, 則 $\overline{PE} + \overline{PB}$ 之最小值是_____。



Ans: $2\sqrt{10}$

7. 設 $\vec{a} \neq \vec{0}$, 且 $|\vec{a}| = 2|\vec{b}| = |\vec{a} - 2\vec{b}|$, 若 $|3\vec{a} + 2\vec{b}| = k|\vec{a}|$, 則 k 值為_____。

Ans: $\sqrt{13}$

8. 甲、乙、丙、丁四人坐傳球練習, 每個人接到球以後立刻傳給別人, 開始由甲發球作為第一次傳球, 在第四次傳球後, 球又回到甲的手上, 則一共有_____種不同的傳球順序。

Ans: 21

二、計算證明題 (每題 5 分, 共 20 分)

1. 小鈞將數字 1、2、3、4、5、6 填入圖(六)空格中, 每格填入一個數字, 數字不重複使用, 則:

- (1) 若每一直行上方數字小於下方數字, 則有幾種不同的填法? (2 分)
- (2) 若每一直行的數字和均相等, 則有幾種不同的填法? (3 分)



圖(六)

Ans: (1) 90 種 (2) 48 種

2. 設 $a_n = \sqrt{1 \times 2} + \sqrt{2 \times 3} + \sqrt{3 \times 4} + \dots + \sqrt{n \times (n+1)}$, 則 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n^2}$ 之值為何?

Ans: $\frac{1}{2}$ (中)

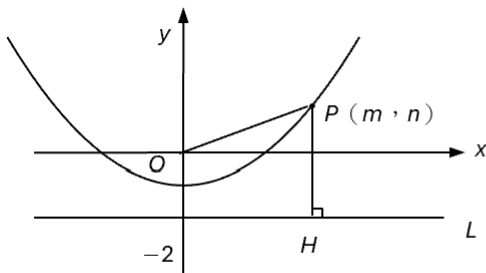
3. 如圖(七), $P(m, n)$ 是拋物線 $y = \frac{x^2}{4} - 1$ 上任意一點, 直線 L 是過點 $(0, -2)$

-2) 且與 x 軸平行的直線, 過點 P 作 $\overline{PH} \perp L$, 垂足為 H 點.

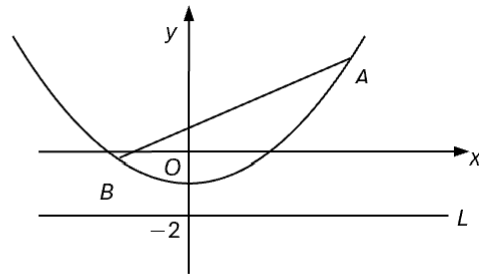
(1) 若 m, n 為任意數, 請說明 \overline{OP} 與 \overline{PH} 之大小關係為何? (2分)

(2) 如圖(八), 已知線段 $\overline{AB} = 6$, 兩點 A, B 在拋物線 $y = \frac{x^2}{4} - 1$ 上滑動, 請說明

A, B 兩點到直線 L 之距離和的最小值為何? (3分)



圖(七)



圖(八)

Ans: (1) $\overline{OP} = \overline{PH}$ 或說明拋物線上任一點到焦點的距離等於到準線的距離 (2)6

4. $x, y \in N$ 且 $x \neq y$, 若 $x^3 + 19y = y^3 + 19x$, 求 $(\sqrt{x^2 + y^2})^{2026}$ 的個位數為何?

Ans: 3

三、申論題（每題 14 分， 共 28 分）

1. 「函數」是國中數學代數領域中的重要基礎，但其抽象的定義常讓初學學生感到困惑。請說明您將如何設計「函數」這個單元的初學導入教學。內容應包含：
 - (1) 您認為「函數」的核心概念是什麼？您會使用哪些生活實例、教具或活動，來引導學生直觀地理解此概念並建立具體感受？
 - (2) 學生在學習與判別函數時，可能產生哪些主要的迷思概念或錯誤類型？（請列舉三項）
 - (3) 針對上述您所列舉的迷思與錯誤，您會採取何種教學策略或提問設計來協助學生釐清觀念？

2. 教育部「國民及學前教育署」(簡稱國教署)依據《十二年國民基本教育課程綱要-總綱》，整合建置《國民中小學課程與教學資源整合平臺》(Curriculum & Instruction Resources Network, 簡稱 CIRN) , 提供學生、教師、家長等參考運用。此政策的推動，強化推動「自主學習」資源的豐富性以及促進學生走向「適性化」有效學習的可能性。下圖(九)是該整合平臺的相關資源類型之架構。



圖(九)：教育部國教署 CIRN 資源平臺架構

- (1) 面對當前教育局處推動「數位科技融入領域教學」的政策下，您跟上此思潮並展開行動了嗎？請依循上述架構選擇 1~2 個面向，並列舉說明您曾使用該面向的那些資源於數學教學歷程中？使用時機與學習成效為何？
- (2) 對於未來數學教學，您運用此資源平臺的規劃藍圖為何？您對於後續使用者有何建設性之建議？