

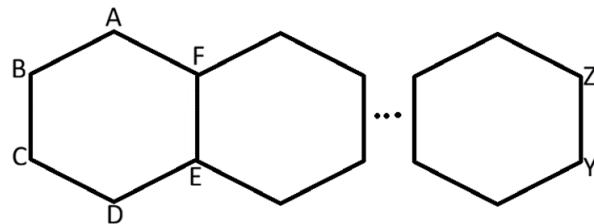
新竹市立成德高級中學 115 學年度正式教師甄選國中數學科題目試卷

請填入准考證號後兩碼

以下答案皆為填充題，無須計算過程，須於答案卷上清楚書寫答案。答案須化為最簡分數或有理化，答案須完全正確才給分。

第一部份：填充題（第 1 至 10 題每題 6 分，第 11 至 15 題每題 8 分，共 100 分）

1. 計算 $\frac{1}{\sqrt{2}+2} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{2026\sqrt{2025}+2025\sqrt{2026}} =$ _____。
2. 有一等差數列 $\{a_n\}$ ，前 n 項的和為 S_n 。若 $S_{2026} = 3027$ ， $S_{3027} = 1025$ ，求 $S_{5053} =$ _____。
3. 若 a 為實數，且方程式 $ax^2 - \frac{3}{8}x + 1 = 0$ 的兩根為相異的正整數，則 a 的值為 _____。
4. 若 $x^2 + y^2 = 10x + 12y + 3$ ，則 $-4x + 3y$ 的最大值為 _____。
5. 已知 x, y, z 均為實數，除了滿足 $\frac{x+y}{2} = \frac{y+z}{3} = \frac{x+z}{7}$ ，也同時滿足不等式 $x^2 + y^2 + z^2 + a(x+y+z) > -1$ ，則 a 的範圍為 _____。
6. 方程式 $(a-1)x^2 - (a^2+2)x + (a^2+2a) = 0$ 及 $(b-1)x^2 - (b^2+2)x + (b^2+2b) = 0$ 至少有一共同根，其中 a, b 為正整數且 $a \neq b$ ，則 $(a, b) =$ _____。
7. 若多項式 $f(x) = (x-1)(x-2)(x-k) + 124$ 有整係數之一次因式，且 k 為整數，則 $k =$ _____。
8. 若 $f\left(\frac{x}{-3}\right) = x^2 - x + 2$ ，則滿足 $f(3z) = 8$ 的所有 z 值之和為 _____。
9. 方程式 $x^2|x| - 5x|x| + 2x = 0$ 的實根個數為 m ，則 $m =$ _____。
10. 如右圖所示，一共有 27 個全等的正六邊形緊密排列，
若 $\overrightarrow{BY} = x\overrightarrow{AC} + y\overrightarrow{AF}$ ，則 $x + y$ 的值為 _____。



11. 已知 P 為正方形 $ABCD$ 內部一點，且 $\overline{PA} = 1$ ， $\overline{PB} = 3$ ， $\overline{PD} = \sqrt{7}$ ，則正方形 $ABCD$ 的面積 = _____。
12. 設 $\triangle ABC$ 之內切圓半徑為 3，外接圓半徑為 7，內切圓分別切三邊於 D, E, F ，則 $\frac{\triangle DEF \text{ 的面積}}{\triangle ABC \text{ 的面積}} =$ _____。
13. 將相同大小的 20 顆紅球，20 顆黑球，20 顆白球，分成各 30 顆球的兩堆，則共有 _____ 種分法。
14. 箱中有 5 顆大小相同的球，編號 1 號到 5 號，每次從箱中任意取出一球，再放回箱中，重複取球 n 次，並記錄這 n 次取球的數字總和為 S_n ，假設 S_n 除以 3 會餘 1 的機率為 P_n 。例如： P_1 表示取球 1 次時， S_1 除以 3 會餘 1 的機率，因此需取到 1、4 號球，故 $P_1 = \frac{2}{5}$ 。則 $P_n =$ _____。
15. 已知 a, b 均為實數，圓 $C: x^2 + y^2 + ax - 4y + 3 = 0$ 與直線 $L: y = 1 - 3x$ 相切於 $(0, b)$ ，則圓 C 的半徑為 _____。