

以下題目共 40 題，為四選一單選選擇題(每題 2.5 分，共 100 分)

- 化簡 $\sqrt{13+4\sqrt{3}} + \sqrt{12-6\sqrt{3}} - \sqrt{4+2\sqrt{3}} = ?$
(A) 3 (B) 4 (C) $3\sqrt{3}$ (D) $4\sqrt{3}$
- 估算 0.997^{50} 到小數點後兩位=?
(A) 0.84 (B) 0.85 (C) 0.86 (D) 0.87
- 令函數 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+1}, & \text{若 } x < 0 \\ x+1, & \text{若 } x \geq 0 \end{cases}$ ，下列哪一個選項最符合 $f(x)$ 在 $x=0$ 時的敘述？
(A) 不連續 (B) 連續但不可微分 (C) 連續且可微分 (D) 不連續且不可微分
- 在直角三角形 ABC 中，直角在 A 點且 $\overline{AB}=2$ 、 $\overline{AC}=4$ 。點 P 在邊 BC 上，它是 $\angle BAC$ 的角平分線與邊 BC 交點。求點 P 到邊 AC 的距離？
(A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{5}{4}$ (D) $\frac{3}{5}$
- 三角形 ABC 滿足 $\overline{AB}=13$ 、 $\overline{AC}=14$ 和 $\overline{BC}=15$ 。一個半徑為 R 的半圓，其圓心在邊 BC 上，並且與邊 AB 和 AC 相切。計算 R 的值最靠近下列哪個整數？
(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8
- 令 k 為自然數，求 10^k 除以 13 的餘數有多少種？
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7
- 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left(e^{\frac{1}{x}} - 1 \right) = ?$
(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) 1 (D) 2
- 設 r_1 、 r_2 是 $2-2\sqrt{3}i$ 的兩個平方根，求 $r_1 - r_2$ 可能是？
(A) $-2\sqrt{3} + 2i$ (B) $2\sqrt{3} + 2i$ (C) 0 (D) 2
- 下列有關 $a = -\log_{10} 14.4$ ， $b = -\log_{10} 0.4$ ， $c = -\log_{10} 4.4$ 三數的大小關係，試選出正確的選項。
(A) $a > b > c$ (B) $a > c > b$ (C) $b > a > c$ (D) $b > c > a$

10. 若 $a = 9^{\frac{1}{3}}$ 、 $b = 25^{\frac{1}{4}}$ 、 $c = 79^{\frac{1}{6}}$ ，試選出 a 、 b 、 c 的大小關係。

- (A) $c < b < a$ (B) $a < b < c$ (C) $b < c < a$ (D) $c < a < b$

11. 已知多項式 $f(x) = 3x^3 - 5x^2 + \frac{1}{2}x + 1$ ，則 $g(x) = [f(x)]^2 \cdot (f(x) + 1)$ 的次數為何？

- (A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 12

12. 下列各函數圖形中，何者週期最小？

- (A) $y = \cos \frac{x}{2}$ (B) $y = \sin 3x$ (C) $y = -2 \cos x$ (D) $y = \cos x + |\cos x|$

13. 令 $a = 2.1^7 - 2.1^6$ ， $b = 2.1^6 - 2.1^5$ ， $c = \frac{2.1^7 - 2.1^5}{2}$ 。請選出正確的大小關係？

- (A) $a > c > b$ (B) $c > b > a$ (C) $b > a > c$ (D) $b > c > a$

14. $\triangle ABC$ 中，邊長 $BC = 12$ ，且三角形的另外兩內角 $\angle B = 85^\circ$ ， $\angle C = 35^\circ$ ，求此三角形的外接圓半徑為何？

- (A) 6 (B) 12 (C) $4\sqrt{3}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

15. 已知三角函數值 $\cos(2\theta - 30^\circ)$ ， $\cos(2\theta)$ ， $\cos(2\theta + 30^\circ)$ 依序成為一個等差數列，試問 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ 時有幾個不同的解？

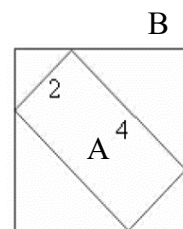
- (A) 1 個 (B) 2 個 (C) 3 個 (D) 4 個

16. 某研究團隊設計一台小型繪圖機器人，能依據標記點畫出封閉圖形。下列是地面上記錄的四個標記點： $(0, 0)$ 、 $(2, 3)$ 、 $(4, -1)$ 、 $(1, -3)$ 。若任選三點組成一個三角形，請問該機器人可畫出最大的三角形面積是多少？

- (A) 7 (B) 8 (C) 9 (D) 10

17. 如圖（一）， A 為長和寬分別為 4 和 2 的矩形， B 為 A 之外接矩形（矩形 A 的四個頂點位於矩形 B 的邊上），則矩形 B 最大面積為何？

- (A) 15 (B) 16 (C) 17 (D) 18



圖（一）

18. 設 a 、 b 、 c 為實數，若二次函數 $f(x)=ax^2+bx+c$ 的圖形通過 $(0, -1)$ 且與 x 軸相切。有關此二次函數各項係數的性質或關係，五位學生提出說明如下：

甲生： $a < 0$

乙生： $b > 0$

丙生： $c = -1$

丁生： $b^2 + 4ac = 0$

戊生： $a + b + c \leq 0$

請問：以上誰的說明正確？

(A) 只有甲、乙和丁

(B) 只有甲、乙和戊

(C) 只有甲、丙和戊

(D) 只有乙、丙和丁

19. 「排數卡•算總和」。小明利用數字卡 1, 2, 3, 4 排出不同的四位數，並將所有組成的四位數相加，求得總和。若將總和以 5 除之，求其商為何？

(A) 2

(B) 4

(C) 6666

(D) 13332

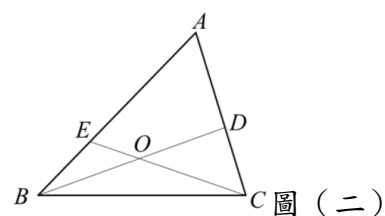
20. 如圖 (二)，若 $\triangle OBE$ 的面積為 5， $\triangle OBC$ 的面積為 10， $\triangle OCD$ 的面積為 8，試求四邊形 $AEOD$ 的面積為何？

(A) 20

(B) 21

(C) 22

(D) 24



21. 所有內角的度數皆為相異正整數的凸 n 邊形，求 n 的最大值為何？

(A) 25

(B) 26

(C) 27

(D) 28

22. 若 a 、 c 、 d 為整數， b 為正整數，且滿足 $a + b = c$ ， $b + c = d$ ， $c + d = a$ 。求 $a + b + c + d$ 的最大值為何？

(A) -5

(B) -1

(C) 0

(D) 1

23. 若 $25^x = 2000$ ， $80^y = 2000$ ，求 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 之值為何？

(A) $\frac{1}{2}$

(B) 1

(C) $\frac{3}{2}$

(D) 2

24. 數學上著名的「費波那契數列」(Fibonacci Sequence)是以義大利數學家 Leonardo Pisano 的暱稱 Fibonacci 命名，它是由一連串數字組成，其中，每個數字等於前兩個數字的和 ($a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$)。大雄仿照「費波那契數列」的部分規則，寫了一個滿足「 $a_n = a_{n-1} + a_{n-2}$ ，其中 $n \geq 3$ ，且 $a_5 = 59$ 」的整數遞增數列 a_1, a_2, a_3, \dots 。請問： a_1 最大可能值為何？

(A) 7

(B) 10

(C) 11

(D) 12

25. 若 (a, b) 為對數函數 $y = \log_2 x$ 圖形上的一點，則下列選項何者正確？

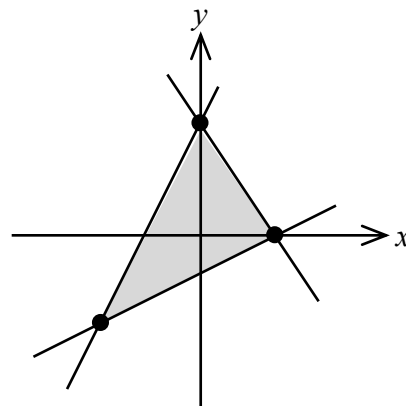
(A) $(a-1, b)$ 為函數 $y = \log_2(x-1)$ 圖形上的一點

(B) $(b+1, a)$ 為函數 $y = 2^{x+1}$ 圖形上的一點

(C) $(2a, b)$ 為函數 $y = (\log_2 x) - 1$ 圖形上的一點

(D) (b^{-1}, a) 為函數 $y = 2^{-x}$ 圖形上的一點

26. 已知聯立不等式 $\begin{cases} ax+by+b \geq 0 \\ 2x+y+c \leq 0 \\ dx+ey+f \geq 0 \end{cases}$ 之解的範圍為下圖(三)灰色三角形區域，則下列選項何者正確？
- (A) $a > 0$ (B) $b > 0$ (C) $c > 0$ (D) $de > 0$



圖(三)

27. 設 $f(x)$ 為首項係數為正的三次實係數多項式，並且滿足 $f(1+2i) = f(1+\sqrt{2}) = 0$ ，其中 $i = \sqrt{-1}$ ，則下列選項中的敘述，何者正確？
- (A) $f(0) < 0$ (B) $f(1-\sqrt{2}) = 0$ (C) $f(x) = 3$ 沒有實數解 (D) $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸至少有 2 個交點

28. 設函數 $f(x) = \sin^2 x + \sin x \cos x + 2\cos^2 x$ ，則下列選項中的敘述，何者正確？
- (A) $f(x)$ 是週期函數且週期為 2π (B) $f(x)$ 的振幅是 $\frac{1}{2}$ (C) $y = f(x)$ 的圖形和 x 軸有無限多個交點 (D) $f(x)$ 的最大值是 $\frac{3+\sqrt{2}}{2}$

29. 設複數 $(\frac{\sqrt{3}+i}{2})^{69} + 1 = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ，其中 $r > 0$ 、 $0 \leq \theta < 2\pi$ ，則 θ 之值為何？
- (A) $\frac{\pi}{4}$ (B) $\frac{3\pi}{4}$ (C) $\frac{5\pi}{4}$ (D) $\frac{7\pi}{4}$

30. 設 x 為整數，且無窮數列 $\left\{ (x^2 - 81) \left(\frac{x-1}{7} \right)^n \right\}_{n=1}^{\infty}$ 收斂，則滿足條件的 x 有幾個？
- (A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 16

31. 設 $f(x) = e^{3x} + x^{3e}$ ，則 $f'(x) = ?$
- (A) $3e^{3x} + 3ex^{3e-1}$ (B) $e^{3x} + 3ex^{3e-1}$ (C) $3xe^{3x-1} + 3ex^{3e-1}$ (D) $3e^{3x} + 3x^{3e}$

32. 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 、 $B = \begin{bmatrix} 3a+4c & 3b+4d \\ 5a & 5b \end{bmatrix}$ 且 $\det(A) = 6$ ，則 $\det(B) = ?$
(A) -2400 (B) -360 (C) -120 (D) 120

33. 已知三條直線 $L_1: x + (2-m)y + 3 = 0$ 、 $L_2: x + 2y + (3-m) = 0$ 和 $L_3: (1-m)x + 2y + 3 = 0$ ，若此三直線共同交於同一點，則 $m = ?$
(A) 3 (B) 6 (C) 9 (D) 10

34. 已知 $A(a, b)$ 為圓 $x^2 + y^2 = 1$ 上的一點，試求 $\frac{25}{a^2} + \frac{4}{b^2}$ 的最小值為何？
(A) 36 (B) 40 (C) 49 (D) 54

35. 烘焙課中，學生需從主食材區選 2 種材料（雞蛋、牛奶、麵粉、堅果、蜂蜜），並從配料區選 3 種配料（巧克力酒、蘭姆葡萄乾、草莓乾、椰子絲、香蕉片、花生醬）。其中，巧克力酒與蘭姆葡萄乾含酒精。若學生選擇的材料中同時包含「堅果」與任一含酒精配料，則會引發過敏反應。試問學生隨機選擇材料時，發生過敏的機率為何？
(A) $\frac{8}{25}$ (B) $\frac{9}{25}$ (C) $\frac{4}{15}$ (D) $\frac{2}{5}$

36. 快樂旅行社推出一項高額旅遊保險，旅客支付 2400 元即可投保，若在旅遊期間不幸發生意外身故，則可獲得 1200 萬元理賠金。根據統計資料顯示，旅客於旅程中發生致命意外的機率為 0.0001。試問對旅行社而言，每張保單的期望利潤為多少？
(A) 400 (B) 800 (C) 1200 (D) 1600

37. 整數 9^6 的所有正因數的乘積為何？
(A) 9^{18} (B) 9^{27} (C) 9^{39} (D) 9^{42}

38. 試求三向量 $\vec{a} = (1, -1, 3)$ 、 $\vec{b} = (2, 1, 0)$ 、 $\vec{c} = (4, -1, 4)$ 所張開的平行六面體體積為何？
(A) 6 (B) 10 (C) 12 (D) 24

39. 試求 $\sum_{n=1}^{200} [\log_4 n] = ?$ （其中 $[x]$ 表示高斯符號）
(A) 465 (B) 489 (C) 503 (D) 519

40. 若平面區域 $(x-2)^2 + y^2 \leq 4$ 繞 y 軸旋轉一周後形成旋轉體，則該體積為何？
(A) $4\pi^2$ (B) $8\pi^2$ (C) $16\pi^2$ (D) $32\pi^2$