

國立嘉義高級中學 114 學年度第一學期第 2 次教師甄選-數學科參考答案

一、填充題：(共 15 題，每題 6 分，合計 90 分)

1	2	3	4
$\frac{20\pi}{3}$	$\sqrt{3}$	$\frac{5}{4} \leq x < \frac{3}{2}$	168
5	6	7	8
100800	$2x - y - z = -1$	10000	$\frac{13}{3}$
9	10	11	12
3280	$-\sqrt{3}$	$(2026, 2024\frac{1}{2}, 2029)$	900
13	14	15	
$\frac{1000\sqrt{2}}{3}$	16	\sqrt{mn}	

二、計算證明題：(需有計算過程，否則不予計分)

參考答案： $3\sqrt{2\sqrt{2}-2}$

如右圖，延長 $\overline{AB}, \overline{CD}$ 交於 E 點，得 $\triangle BCE$ 為等腰直角三角形，故 $\overline{DE} = 1$ 、 $\overline{AE} = 2\sqrt{2}$ ，

則四邊形 $ABCD$ 的面積 $= \frac{4 \times 4}{2} - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2\sqrt{2} \sin 45^\circ = 8 - 1 = 7$ ，

又 \overline{PQ} 平分四邊形 $ABCD$ 面積，故四邊形 $APQD$ 面積 $= \frac{7}{2}$ ，令 $\overline{EP} = x$ 、 $\overline{EQ} = y$ ，

則四邊形 $APQD$ 面積 $= \frac{1}{2} \cdot x \cdot y \cdot \sin 45^\circ - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2\sqrt{2} \sin 45^\circ = \frac{7}{2} \Rightarrow xy = 9\sqrt{2}$ ，

在 $\triangle EPQ$ 中，

由餘弦定理得： $\overline{PQ}^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cos 45^\circ = x^2 + y^2 - \sqrt{2}xy = x^2 + y^2 - 18$ ，

再由算幾不等式知 $\frac{x^2 + y^2}{2} \geq xy \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 18\sqrt{2}$ ，

故 $\overline{PQ}^2 \geq 18\sqrt{2} - 18 \Rightarrow \overline{PQ} \geq 3\sqrt{2\sqrt{2}-2}$

