

國立嘉義高級中學 114 學年度第一學期第 2 次教師甄選-數學科參考答案

一、 填充題：(共 15 題，每題 6 分，合計 90 分)

| | | | |
|--------------------------|-------------------|------------------------------------|----------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 |
| $\frac{20\pi}{3}$ | $\sqrt{3}$ | $\frac{5}{4} \leq x < \frac{3}{2}$ | 168 |
| 5 | 6 | 7 | 8 |
| 100800 | $2x - y - z = -1$ | 10000 | $\frac{13}{3}$ |
| 9 | 10 | 11 | 12 |
| 3280 | $-\sqrt{3}$ | $(2026, 2024\frac{1}{2}, 2029)$ | 900 |
| 13 | 14 | 15 | |
| $\frac{1000\sqrt{2}}{3}$ | 16 | \sqrt{mn} | |

二、 計算證明題：(需有計算過程，否則不予計分)

參考答案： $3\sqrt{2\sqrt{2}-2}$

如右圖，延長 $\overline{AB}, \overline{CD}$ 交於 E 點，得 $\triangle BCE$ 為等腰直角三角形，故 $\overline{DE} = 1$ 、 $\overline{AE} = 2\sqrt{2}$ ，

則四邊形 $ABCD$ 的面積 $= \frac{4 \times 4}{2} - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2\sqrt{2} \sin 45^\circ = 8 - 1 = 7$ ，

又 \overline{PQ} 平分四邊形 $ABCD$ 面積，故四邊形 $APQD$ 面積 $= \frac{7}{2}$ ，令 $\overline{EP} = x$ 、 $\overline{EQ} = y$ ，

則四邊形 $APQD$ 面積 $= \frac{1}{2} \cdot x \cdot y \cdot \sin 45^\circ - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2\sqrt{2} \sin 45^\circ = \frac{7}{2} \Rightarrow xy = 9\sqrt{2}$ ，

在 $\triangle EPQ$ 中，

由餘弦定理得： $\overline{PQ}^2 = x^2 + y^2 - 2xy \cos 45^\circ = x^2 + y^2 - \sqrt{2}xy = x^2 + y^2 - 18$ ，

再由算幾不等式知 $\frac{x^2 + y^2}{2} \geq xy \Rightarrow x^2 + y^2 \geq 18\sqrt{2}$ ，

故 $\overline{PQ}^2 \geq 18\sqrt{2} - 18 \Rightarrow \overline{PQ} \geq 3\sqrt{2\sqrt{2}-2}$

