

114 學年度中區縣市政府教師甄選策略聯盟

【科目名稱：國中數學】

選擇題【共 50 題，每題 2 分，共 100 分】請以 2B 鉛筆於答案卡上作答，單選題，答錯不倒扣。

1. 設 z 為複數，若 $z + \frac{1}{z} = \sqrt{3}$ ，求 $z^{2025} + \frac{1}{z^{2025}} = ?$

- (A) $\sqrt{3}$
- (B) -1
- (C) 0
- (D) 1

2. 求 $|2|x - 2| - 5| \leq 3$ 之正整數解有幾個？

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 7
- (D) 8

3. 設正整數 A 、 B 、 C 為偶數之機率分別為 $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ ，在 $A \times B$ 為偶數的條件下，求 $A \times B + C$ 為奇數之機率？

- (A) $\frac{1}{5}$
- (B) $\frac{2}{5}$
- (C) $\frac{3}{5}$
- (D) $\frac{4}{5}$

4. 設 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & x < 1 \\ ax + b, & 1 \leq x < 4 \\ 3x - 4, & x \geq 4 \end{cases}$ ，若 $f(x)$ 在 $x = 1$ 和 $x = 4$ 皆具有極限，則下列哪一組 (a, b) 可行？

- (A) $(1, -2)$
- (B) $(2, -3)$
- (C) $(3, -4)$
- (D) $(4, -5)$

5. 設 $231 = 3 \times 7 \times 11$ ，請問 1 到 231 之自然數中，它是 3 之倍數，但不為 7、11 倍數者共有幾個？

- (A) 56
- (B) 58
- (C) 60
- (D) 62

6. 設曲線 $3e^{xy} - x = 0$ ，則此曲線在 $(3, 0)$ 處的切線斜率為何？

- (A) $\frac{1}{3}$
- (B) $\frac{1}{9}$
- (C) $-\frac{1}{3}$
- (D) $-\frac{1}{9}$

7. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} 500 \left(1 + \frac{0.08}{n}\right)^n$ 之極限值？

- (A) $500e^{0.08}$
- (B) $500e^{-0.08}$
- (C) 500
- (D) 0

8. 求積分 $\int_{-3}^4 \frac{1}{x^2 + 6x + 12} dx$ 之值為何？

- (A) $\frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{5}{2}$
- (B) $\frac{1}{\sqrt{3}} \tan^{-1} \frac{7}{\sqrt{3}}$
- (C) $\frac{1}{2} (\tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 1)$
- (D) $\frac{1}{\sqrt{3}} (\tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 1)$

9. 若矩陣 A 的轉置矩陣為 A^T 滿足 $(4A^T)^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ ，則下列哪一個為矩陣 A ？

- (A) $\begin{bmatrix} \frac{-1}{4} & \frac{-1}{4} \\ \frac{-3}{4} & \frac{-1}{2} \end{bmatrix}$
 (B) $\begin{bmatrix} \frac{-1}{2} & \frac{-1}{4} \\ \frac{-1}{4} & \frac{-3}{4} \end{bmatrix}$
 (C) $\begin{bmatrix} \frac{-1}{4} & \frac{-3}{4} \\ \frac{-1}{4} & \frac{-1}{2} \end{bmatrix}$
 (D) $\begin{bmatrix} -1 & -1 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$

10. 平面上有二定點 $A(1, 4)$ 與 $B(5, 2)$ ，若點 P 在直線 $L: x + y - 6 = 0$ 上移動，則 $|\overline{PA} - \overline{PB}|$ 之最大值下列哪一項？

- (A) 4
 (B) $2\sqrt{5}$
 (C) $3\sqrt{2}$
 (D) 5

11. 求積分 $\int_1^e x^2 \ln x \, dx$ 之值為何？

- (A) $\frac{e^3+1}{6}$
 (B) $\frac{e^3-1}{6}$
 (C) $\frac{2e^3+1}{9}$
 (D) $\frac{2e^3-1}{9}$ 。

12. 求函數 $y = \frac{2}{3}(x^2 + 1)^{\frac{3}{2}}$ 在 $x \in [1, 2]$ 之弧長為何？

- (A) $\frac{16}{3}$
 (B) $\frac{17}{3}$
 (C) $\frac{18}{3}$
 (D) $\frac{19}{3}$

13. 求滿足 $-3 \leq y \leq \sqrt{64 - x^2}$ 之區域面積？

- (A) $32\pi + 24$
 (B) $16\pi + 48$
 (C) $32\pi + 48$
 (D) $64\pi + 48$

14. 若 A 為 $n \times n$ 階矩陣，則下面敘述中，哪一個與其他三個非等價？

- (A) A 為可逆矩陣
 (B) A 能以基本矩陣表示
 (C) A 的秩為 n
 (D) A 的所有行向量為線性相依

15. 試求矩陣 $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ 的秩 (rank) 為何？

- (A) 1
 (B) 2
 (C) 3
 (D) 4

16. 下列哪一項為一階微分方程 $\frac{dy}{dx} = 3y$ 的通解？

- (A) $y = 3x + C$
 (B) $y = Ce^{3x}$
 (C) $y = e^{3x} + C$
 (D) $y = Cx^3$

17. 設 $1 < a < b$, $x > 0$, 則下列敘述何者正確?

- (A) $\log a > \log b$
- (B) 若 $x = 1$, 則 $\log_a x > \log_b x$
- (C) 若 $x > 1$, 則 $\log_a x < \log_b x$
- (D) 若 $0 < x < 1$, 則 $\log_a x < \log_b x$

18. 設 x, y 為實數, 滿足 $4x^2 + (y-1)^2 = 4$, 則 $5x + 4y$ 的最大值最靠近的是?

- (A) 11
- (B) 12
- (C) 13
- (D) 15

19. 給定向量 $a = (1, -1, 2)$ 和 $b = (3, 4, -1)$, 請選出錯誤的選項。

- (A) $b \times a = (7, -7, -7)$ 。
- (B) a 與 b 所張平行四邊形的面積 $= 7\sqrt{3}$ 。
- (C) $-2b$ 與 $2a + b$ 的夾角約 70° 。
- (D) 若 a 在 b 上的正射影為 tb , 則 $(a - tb) \cdot 9b = 0$

20. 設多項式 $p(x) = \begin{vmatrix} 1 & x+1 & 3x-1 \\ x & x-2 & x-3 \\ x-1 & x+1 & x-1 \end{vmatrix}$, 請選出正確的選項。

- (A) $p(x)$ 的常數項為 11
- (B) $p(x)$ 的各項係數和為 8
- (C) $p(x)$ 的奇次項係數和為 4
- (D) $p(x)$ 的偶次項係數和為 5

21. 投擲一公正骰子兩次, X 表示 5 點出現的次數, 已知 $X \sim B(2, \frac{1}{6})$, 試選出正確的選項。

- (A) $P(X=0) = \frac{2}{3}$
- (B) $P(X=1) = \frac{1}{3}$
- (C) $P(X=2) = \frac{2}{3}$
- (D) $E(X) = \frac{1}{3}$

22. 袋中有 5 顆球, 其中 3 顆白球和 2 顆黑球。甲、乙兩人輪流從袋中取球, 每次取一顆, 取出後不放回。且每顆球被取出的機會均等。若規定由甲開始, 則甲先取到黑球的機率是多少?

- (A) $\frac{1}{5}$
- (B) $\frac{1}{3}$
- (C) $\frac{2}{5}$
- (D) $\frac{3}{5}$

23. 一顆排球自離地面 25 公尺處落下，每次反彈高度為落下高度的 $\frac{2}{3}$ ，則此排球到靜止時所經過的路程為多少公尺。

- (A) 50
- (B) 75
- (C) 100
- (D) 125

24. 求 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-1)^3 - 1}{x-2} = ?$

- (A) 0
- (B) 1
- (C) 2
- (D) 3

25. 已知函數 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 在 $x = -1$ 處有極大值 2，在 $x = 3$ 處有極小值。求 $a+b+c$ 的值。

- (A) - 18
- (B) - 15
- (C) - 12
- (D) - 11

26. 求 $\int_0^4 (1 - \sqrt{16 - x^2}) dx = ?$

- (A) $4 - 12\pi$
- (B) $4 - 8\pi$
- (C) $4 - 4\pi$
- (D) $4 - 2\pi$

27. 已知 A 、 B 為兩獨立事件， $P(A') = \frac{1}{4}$ 且 $P(A' \cup B) = \frac{1}{2}$ ，則 $P(B | A)$ 的值為下列哪一個選項？

- (A) $\frac{1}{5}$
- (B) $\frac{1}{4}$
- (C) $\frac{1}{3}$
- (D) $\frac{1}{2}$

28. 設函數 $y = \sqrt{4 - x^2}$ 的圖形與 x 軸、 y 軸所圍成的封閉區域為 R ，則區域 R 繞 y 軸旋轉所得的旋轉體體積是多少？

- (A) 5π
- (B) $\frac{16}{3} \pi$
- (C) 6π
- (D) $\frac{20}{3} \pi$

29. 求 $\sqrt{(x+1)^2 + (x^2-2)^2} - \sqrt{x^2 + (x^2+2)^2}$ 的最大值。

- (A) 1
- (B) $\frac{5}{2}$
- (C) $\sqrt{10}$
- (D) $\sqrt{15}$

30. 求 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+\sqrt{x+8}}-2}{x-1} = ?$

- (A) $\frac{1}{36}$
- (B) $\frac{1}{24}$
- (C) $\frac{1}{18}$
- (D) $\frac{1}{12}$

31. 求 $z = \left(\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}i \right)^6$

- (A) 1
- (B) -1
- (C) i
- (D) $-i$

32. 影響信賴區間 (Confidence Interval) 寬度的因素不包括下列何者？

- (A) 顯著水準 (α)
- (B) 樣本平均值
- (C) 標準誤 (standard error, se)
- (D) 樣本數

33. 已知函數 $f(x) = x + 2$ 和 $g(x) = ax - 2$ 。同時已知 $g(f(x)) = f(g(x))$ ，則 $a = ?$

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4

34. 一個等腰三角形的底邊長是 10，兩腰長都是整數。已知它的面積也是整數，請問下列那一個長度符合此三角形的腰長？

- (A) 11
- (B) 12
- (C) 13
- (D) 14

35. 設 x 、 y 是實數，則 $x^2 + y^2 + (x - 2y + 6)^2$ 的最小值為何？

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 7
- (D) 8

36. 已知多項式 $f(x)$ 被 $(x-b)(x-c)$ 、 $(x-a)(x-c)$ 、 $(x-a)(x-b)$ 除之的餘式分別為 $2x+1$ 、 $-x+7$ 、 $3x-5$ ，則 $a+b+c = ?$

- (A) 8
- (B) 9
- (C) 10
- (D) 11

公告試題

37. 設 $A(4,5)$ 是 $x^2 + y^2 - 4x - 6y + 4 = 0$ 的圖形的內部一點，則所有通過此點的弦的中點會形成一個圓，則此圓的圓心為何？
(A) (3,4)
(B) (3,2)
(C) (2,3)
(D) (2,4)
38. $\triangle ABC$ 中，若 $(a+b+c)(a+b-c) = ab$ ，則 $\angle C = ?$
(A) 30°
(B) 60°
(C) 120°
(D) 150°
39. 設 $-2 \leq x \leq 2$ ， $f(x) = 4^{x+1} - 2^{x+1}$ 有最大值 M 和最小值 m ，則 $M+m = ?$
(A) $\frac{223}{4}$
(B) $\frac{225}{4}$
(C) $\frac{227}{4}$
(D) $\frac{229}{4}$
40. $\frac{1}{2} + \frac{3}{2^2} + \frac{5}{2^3} + \dots + \frac{17}{2^9} = ?$
(A) $\frac{251}{256}$
(B) $\frac{1515}{512}$
(C) $\frac{2515}{1024}$
(D) $\frac{3049}{1024}$
41. 將 12 件不同的玩具分成 5 件、4 件、3 件之後，再隨意分給甲、乙、丙三人，則有幾種可能的分法？
(A) 18480
(B) 27720
(C) 55440
(D) 166320
42. 多項式 $(x^2 + 3x + 2)^{10}$ 除以 $x^2 + 2x + 3$ ，其餘式為何？
(A) $704x + 8416$
(B) $4x + 2$
(C) $-4x + 2$
(D) $10x + 14$
43. 下列敘述何者錯誤？
(A) $\ln(1) = 0$
(B) $\ln(e) = 1$
(C) $\ln(e) \neq 1$
(D) e 是無理數
44. 求 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x - \sin(x^2 + 5x + 7)}{x - \cos(2x - 3)}$ 的值為何？
(A) 1
(B) 2
(C) 3
(D) 4
45. 設 $f(x) = (4x^2 + 3)(5x + 3)^2$ ，則 $f'(1) = ?$
(A) 1069
(B) 1070
(C) 1071
(D) 1072

46. 求 $\int_0^{\pi} \cos^2(x) dx$ 的值為何？

- (A) $\frac{\pi}{2}$
- (B) $\frac{\pi}{4}$
- (C) $\frac{\pi}{8}$
- (D) $\frac{\pi}{16}$

47. $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots = ?$

- (A) $\frac{\pi}{2}$
- (B) $\frac{\pi}{4}$
- (C) $\frac{\pi}{8}$
- (D) $\frac{\pi}{16}$

48. 針對 $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy + 8$ ，下列敘述何者錯誤？

- (A) (0,0)、(1,1)和(-1,-1)是臨界點(critical points)
- (B) $f(x, y)$ 在(1,1)有相對極小值
- (C) $f(x, y)$ 在(-1,-1)有相對極小值
- (D) $f(x, y)$ 在(0,0)有相對極小值

49. 令 $A = \begin{bmatrix} 1 & 6 & 7 \\ 4 & 2 & 3 \\ 9 & 5 & 8 \end{bmatrix}$ ，則 $\det(A) = ?$

- (A) -15
- (B) -16
- (C) -17
- (D) -18

50. 令 $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 4 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ ，則下列何者不是 A 的特徵值？

- (A) 1
- (B) 2
- (C) 3
- (D) 4

公告試題