

新竹市立成德高級中學 114 學年度 第一次教師甄試 數學科題目卷

1. 本份試卷不可使用計算機。

2. 考試完畢，請交回所有試卷及計算紙並在題目卷右上角寫上准考證號碼。

本試卷共 1 頁

以下答案皆為填充題，無須計算過程，須於答案卷上清楚書寫題號及答案。答案須化為最簡分數或有理化，答案須完全正確才給分。

第一部份 填充題（每題 8 分），共 80 分

- 設函數 $f(x)$ 在實數域上滿足 $f(x+2)=f(x-2)$ ，若已知在區間 $(0,1)$ 上， $f(x)=2^x+\frac{1}{4}$ ，則 $f(\log_2 384)=$ _____。
- 設 x, y 為實數，且 $x, y \geq 1$ 。若 $(\log_a x)^2 + (\log_a y)^2 = \log_a ax^2 + \log_a ay^2$ ， $a > 1$ ，則 $\log_a xy$ 的最大值 M ，以及最小值 m ，所成的數對 $(M, m) =$ _____。
- 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5$ 且外接圓半徑為 8，試求 $\begin{vmatrix} -1 & \cos C & \cos B \\ \cos C & -1 & \cos A \\ \cos B & \cos A & 1 \end{vmatrix} =$ _____。
- 坐標空間中一平行六面體，某一底面的其中三頂點為 $(0,3,2), (-3,2,4), (3,1,-1)$ ，另一面之一頂點在 xy 平面上且與原點距離為 1。滿足前述條件之平行六面體中，最大體積為 _____。
- 有 16 顆相同的球要全部分給甲、乙、丙、丁四人，每人至少分得一顆。若僅考慮四人所獲得球的數量，則共有多少種分球的方式，使得甲獲得球的數量大於乙獲得球的數量為 _____。
- 若 $\begin{bmatrix} -1 & \sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & -1 \end{bmatrix}^{50} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則 $\log_2 \frac{bc-ad}{a+b+c+d} =$ _____。
- 坐標平面上，設 Γ 為中心在原點且長軸落在 y 軸上的橢圓。已知對原點逆時針旋轉 θ 角（其中 $0 < \theta < \pi$ ）的線性變換將 Γ 變換到新橢圓 $\Gamma': 41x^2 + 4\sqrt{5}xy + 40y^2 = 180$ ，點 $\left(\frac{2\sqrt{5}}{3}, -\frac{5}{3}\right)$ 為 Γ' 上離原點最遠的兩點之一。已知在 Γ 上的一點 P 經由此旋轉後得到的點 P' 落在 y 軸上，且 P' 點的 y 坐標大於 0。則 P 點的坐標為 _____。
- 設 $S_n = \sin^2\left(\frac{\pi}{3n}\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi}{3n}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{3n}\right) + \cdots + \sin^2\left(\frac{n\pi}{3n}\right)$ ，則 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{n} =$ _____。
- 在平面上，已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABD$ 都是直角三角形， $\angle ACB = \angle ABD = 90^\circ$ ， $\angle DAB = 2\angle CBA = 36^\circ$ ， $\overline{AC} = 1$ ，則 $\overline{AD} =$ _____。
- 已知 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列，且 $\sum_{i=1}^{2025} (a_i \times \log a_i) = 2$ ， $\sum_{i=1}^{2025} (a_{2026-i} \times \log a_i) = -1$ ，則 $(a_1 \times a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_{2025})^{a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2025}} =$ _____。

第二部份 填充題（每題 10 分），共 20 分

- 設 $a, b \in \mathbb{R}$ 且 $c = \sqrt{(a+3)^2 + (b-2)^2} + \sqrt{(b-2)^2 + (a-4)^2} + \sqrt{a^2 + (b-5)^2}$ ，求 c 的最小值 _____。
- 設 $\triangle ABC$ 中，三個內角 A, B, C 所對應的邊分別為 a, b, c ，若 $\angle B = 60^\circ$ ，且 $b^2 = \frac{9}{2}ac$ ，則 $\sin A + \sin C =$ _____。

試題結束 ~ !!