

新北市立國民中學 114 學年度教師聯合甄選

數學科試題

考生作答說明：

- 一、 請先檢視答案卡科目、准考證號碼是否相符？如果不符，請立即向監試人員反映。
- 二、 本試題計有：選擇題 40 題。
- 三、 題目如涉及計算，禁止使用電子計算功能設備運算。
- 四、 答案卡請使用黑色 2B 鉛筆畫記作答，禁止使用立可白塗改，以免無法判讀。
- 五、 答案卡與試題卷須一起繳交，始可離開試場。
- 六、 請務必於試題封面填上准考證號碼。

准考證號碼：_____

新聞稿同用

科目：數學科

選擇題：共 40 題，總分 100 分。第 1~40 題，每題 2.5 分。

1. 有 12 位新生兒的體重：2.9、3.0、3.2、3.4、3.5、3.6、3.6、3.7、3.8、3.8、4.1、4.2 公斤，這群新生兒體重的四分位距 (inter-quantile range, IQR) 是多少公斤？
(A) 0.5
(B) 0.6
(C) 3.3
(D) 3.2
2. 若等比數列首項 $a = 4$ 、公比 $r = \frac{1}{2}$ ，則前 10 項和最靠近下列哪一個值？
(A) 2
(B) 4
(C) 6
(D) 8
3. 給定三點 $A(-1, 3)$ 、 $B(2, 7)$ 、 $C(5, 3)$ ，則三角形 ABC 的面積為何？
(A) 9
(B) 12
(C) 15
(D) 18
4. 下列各組數值中，哪一組的標準差最大？
(A) 1, 2, 4, 5, 6
(B) 2, 2, 2, 3, 3
(C) 5, 7, 8, 9, 10
(D) 1, 4, 6, 8, 9
5. 將 $4^{19} \times 5^{33}$ 乘開後是多少位數？
(A) 34
(B) 35
(C) 36
(D) 37
6. 解不等式 $\frac{x+2}{x-3} < 2$ 。
(A) $x < 3$ 或 $x > 8$
(B) $3 < x < 8$
(C) $x < 8$
(D) $x > 8$
7. 某箱子中有 5 個紅球與 4 個藍球，每球取出的機會均相等，取後不放回連續抽取 2 球，兩球同色的機率是？
(A) $\frac{2}{9}$ (B) $\frac{8}{27}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{4}{9}$

8. 化簡 $\sqrt{64 + 32\sqrt{3}} - \sqrt{97 + 56\sqrt{3}}$ 之值為下列何者？
(A) -3
(B) -4
(C) -5
(D) -6
9. 設 a 、 b 、 c 為正整數，如果 a 為 15 的倍數， b 為 12 的倍數及 c 為 21 的倍數，則下列何者恆正確？
(A) $(a + b + c)^2$ 必為 9 的倍數
(B) $a + b + c$ 必為 9 的倍數
(C) $a + b + c$ 必為 2 的倍數
(D) $a^2 + b^2 + c^2$ 必為 18 的倍數
10. 有一邊長為 2 的正方形，今將此正方形截去四個大小相同的角後，變成正八邊形，則此正八邊形的邊長為多少？
(A) $\sqrt{2} - 1$
(B) $2 - \sqrt{2}$
(C) $\sqrt{2}$
(D) $2\sqrt{2} - 2$
11. 在分數加法算式 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} + \frac{1}{10} + \frac{1}{12}$ 中，需刪除下列哪二個分數，可使剩下的分數之和正好是 1？
(A) $\frac{1}{4}$ 與 $\frac{1}{8}$ (B) $\frac{1}{8}$ 與 $\frac{1}{12}$ (C) $\frac{1}{6}$ 與 $\frac{1}{10}$ (D) $\frac{1}{8}$ 與 $\frac{1}{10}$
12. 某社團共有 6 位男社員、4 位女社員及 2 位指導老師。現欲從中選出一個 5 人的小組，要求小組中必須恰好有 3 位男社員，且至少有 1 位女社員。請問共有多少種不同的選法？
(A) 160
(B) 280
(C) 300
(D) 320
13. 設 $f(x) = \frac{3x+2}{x-1}$ 。若 $f(x)$ 可逆，則其反函數 $f^{-1}(x) = ?$
(A) $\frac{x+2}{x-3}$ (B) $\frac{x-2}{x-3}$ (C) $\frac{x+2}{x+3}$ (D) $\frac{x-2}{x+3}$
14. 方程式 $||x - 3| - 2| = 1$ 有幾個解？
(A) 1 個
(B) 2 個
(C) 3 個
(D) 4 個

15. 解方程式 $\log_2(x+3) + \log_2(x-4) = 3$ 。

- (A) $x = -4$ 或 $x = 5$
- (B) $x = -4$
- (C) $x = 5$
- (D) 無實數解

16. 已知分段函數 $g(x) = \begin{cases} \sqrt{x+1}, & x \leq 3 \\ 3x-2, & x > 3 \end{cases}$ 。請問方程式 $g(x) = 2$ 的所有實數解為何？

- (A) 只有 3
- (B) 只有 $\frac{4}{3}$
- (C) $\frac{4}{3}$ 和 3
- (D) 無實數解

17. $\sin 330^\circ \times \tan(-585^\circ) + \cos 930^\circ \times \tan 420^\circ = ?$

- (A) -2
- (B) -1
- (C) 1
- (D) 2

18. 設 A 為 n 階矩陣，令符號 $\det(A)$ 表示矩陣 A 的行列式 (determinant)，試判斷下列何者正確？

- (A) 若 A 、 B 皆為 n 階方陣，則 $\det(AB) = \det(A) \cdot \det(B)$
- (B) 若 n 階方陣 A 的秩 $\text{rank}(A) = n$ ，則 $\det(A) = 0$
- (C) 若 A 為 n 階方陣，則 $\det(A^t) = -\det(A)$ ，其中 A^t 表示 A 的轉置矩陣 (transpose)
- (D) 若 A 為 n 階可逆方陣， $\det(A^{-1}) = \det(A)$

19. 已知 $f(x)$ 為二次函數，且 $f(2023) = 2$ ， $f(2024) = 4$ ， $f(2025) = 7$ ，則 $f(2026) = ?$

- (A) 5
- (B) 8
- (C) 11
- (D) 13

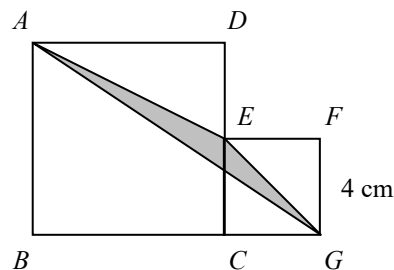
20. 方程式 $3^{x+1} = 2^{2x-1}$ 的解最靠近哪一個數字？ ($\ln 2 \doteq 0.693$ 、 $\ln 3 \doteq 1.099$)

- (A) 5
- (B) 6
- (C) 7
- (D) 8

21. 若 $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ，則函數 $g(x) = \sqrt[3]{x+2} + 1$ 的圖形對 x 軸與 y 軸的何種平移變換就可以跟 $f(x)$ 重合？

- (A) 向右平移 2 單位，再向下平移 1 單位
- (B) 向右平移 2 單位，再向上平移 1 單位
- (C) 向左平移 2 單位，再向上平移 1 單位
- (D) 向左平移 2 單位，再向下平移 1 單位

22. 點 P 是直線 $x + y = 7$ 與直線 $2x - y = 5$ 的交點。直線 L 垂直於直線 $4x + 3y = 10$ 且通過點 $Q(1, 2)$ ，則點 P 到直線 L 的距離為何？
 (A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) $\frac{3}{5}$
23. 已知 a, b, c, d 為四個實數，如果 $a = 2b + c$, $b = 2c + d$, $2c = d + a + 1$, $d = a - c$ ，則下列何者正確？
 (A) $b = \frac{1}{9}$ (B) $b = \frac{2}{9}$ (C) $b = -\frac{1}{9}$ (D) $b = -\frac{2}{9}$
24. 已知 a, b 為正實數，且 $a > 2b$ ，如果 $2 \log(a - 2b) = \log a + \log b$ ，則 $\frac{a-b}{a+b}$ 之值為下列何者？
 (A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{3}{4}$
25. 已知 a, b, c, d 分別表示 1 至 9 中的四個不同整數，如果兩個二位數 $10a + d$ 與 $10b + d$ 的乘積恰好是一個三位數 $(100c + 10c + c)$ ，則 $a + b + c + d$ 之值為下列何者？
 (A) 21
 (B) 23
 (C) 25
 (D) 27
26. 令 a, b, c 為三個正實數且滿足 $a + \frac{1}{b} = 1$, $b + \frac{1}{c} = 2$, $c + \frac{1}{a} = 5$ ，試問 \sqrt{abc} 之值為下列何者？
 (A) 2 (B) $\frac{3}{2}$ (C) 1 (D) $\frac{1}{2}$
27. 已知實數 a, b 滿足條件 $ab = 8$ 與 $a^2b + ab^2 + a + b = 81$ ，則 $a^2 + b^2 = ?$
 (A) 50
 (B) 61
 (C) 65
 (D) 67
28. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 和四邊形 $CEFG$ 為兩個正方形，且 $\overline{FG} = 4$ ，則 $\triangle AEG$ 的面積為下列何者？



29. 已知二個正整數 $a = \underbrace{88\cdots8}_{\text{共有 } 100 \text{ 個數}}$ 及 $b = \underbrace{55\cdots5}_{\text{共有 } 100 \text{ 個數}}$ ，則正整數 $(9 \times a \times b)$ 的所有數字和為下列何者？

- (A) 891
(B) 900
(C) 909
(D) 918

30. 試問 $\cos^2 80^\circ + \cos^2 160^\circ + \cos 80^\circ \cos 160^\circ$ 之值為下列何者？

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\frac{7}{8}$

31. 在坐標平面上，令 n 為正整數，如果直線 $y = -\frac{n}{n+1}x + \frac{1}{n+1}$ ，分別交 x 軸與 y 軸於 A_n 、 B_n 二點，且 O 為原點。若直角三角形 A_nOB_n 的面積為 S_n ，則 $S_1 + S_2 + S_3 + \cdots + S_{2024} + S_{2025}$ 之值為下列何者？

- (A) $\frac{506}{1013}$ (B) $\frac{2025}{4052}$ (C) $\frac{2025}{2026}$ (D) 1

32. 試問 $\log(\tan 1^\circ) + \log(\tan 2^\circ) + \log(\tan 3^\circ) + \cdots + \log(\tan 88^\circ) + \log(\tan 89^\circ)$ 之值為下列何者？

- (A) -1 (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

33. 已知 a 、 b 為實數，且 $a \neq 0$ ，如果一多項式 $f(x)$ 除以 $ax + b$ ，得商式 $q(x)$ ，餘式為 r ，其中 r 為實數，則下列何者正確的？

- (A) $f(x)$ 除以 $x + \frac{b}{a}$ ，得商 $q(x)$ ，餘式為 r
(B) $xf(x)$ 除以 $ax + b$ ，得商 $xq(x) - \frac{r}{a}$ ，餘式為 $\frac{br}{a}$
(C) $xf(x)$ 除以 $ax + b$ ，得商 $xq(x) + \frac{r}{a}$ ，餘式為 $-\frac{br}{a}$
(D) $x^2f(x)$ 除以 $ax + b$ ，得商 $x^2q(x) + \frac{r}{a}x + \frac{br}{a^2}$ ，餘式為 $-\frac{b^2r}{a^2}$

34. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，且 D 、 E 、 F 三點分別在 \overline{BC} 、 \overline{CA} 、 \overline{AB} 三邊上，使得 $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ，又 $\triangle BDF$ 之面積為 9， $\triangle AFE$ 之面積為 15， $\triangle DCE$ 之面積為 32，則 $\triangle DEF$ 與 $\triangle ABC$ 面積之比值為下列何者？

- (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{1}{5}$ (C) $\frac{2}{9}$ (D) $\frac{3}{8}$

35. 試問滿足方程式 $x^3 - y^3 = 7(x - y)$ 和 $x^3 + y^3 = 5(x + y)$ 之所有實數數對解 (x, y) 共有幾組解？
(A) 6
(B) 7
(C) 8
(D) 9
36. 試問橢圓 $x^2 + 4y^2 - 2x + 8y - 11 = 0$ 的正焦弦長為多少？
(A) 2
(B) 4
(C) 8
(D) 16
37. 正方形 $ABCD$ 中， E 、 F 分別為邊 \overline{BC} 與 \overline{CD} 的中點，則 $\sin \angle EAF = ?$
(A) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{\sqrt{10}}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$
38. 投擲一個公正的骰子二次，已知第一次出現的點數為 a ，第二次出現的點數為 b ，如果一元二次方程式 $x^2 + ax + b = 0$ 有二實根 α 及 β ，則 $\alpha^2 + \beta^2 \geq 9$ 的機率為下列何者？
(A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{5}{12}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{7}{12}$
39. 某班級中有 6 位同學微積分期中考成績為 62、59、51、51、54、65，平均分數為 57 分，若今老師採取每人分數乘上 1.5 倍之調整方式，試問下列何者為真？
(A) 平均數為 58.5 分，變異數增加 2.25 分
(B) 平均數為 58.5 分，變異數增加 1.5 倍
(C) 平均數為 85.5 分，變異數增加 2.25 倍
(D) 平均數為 85.5 分，變異數不變
40. 研究者欲檢定大學男生的體重 (μ) 是否為 70 公斤，若自大學男生中抽出一組 81 人的樣本，此樣本均數 \bar{x} 為 73.3 公斤，假設母體標準差之已知為 9 公斤，令顯著水準 = 0.05，則檢定統計量為？
(A) 0.367
(B) 8.140
(C) 0.041
(D) 3.300