

臺北市立復興高級中學 114 學年度第一次專任教師甄選 數學科教師甄選筆試題目卷

准考證號碼後三碼：

筆試時間：90 分鐘。滿分為 100 分。

第一部分：計算、證明題（第一題 6 分；第 2、3 題各 7 分；第 4-13 題各 8 分）

1、設 $A(2,4)$ 、 $B(0,0)$ 、 $C(6,0)$ 和 $P(1,0)$ ，求過 P 點且將 $\triangle ABC$ 面積兩等分的直線方程式？（6 分）

2、復興大樓前的樓梯有 10 階，小明每步可走一階、兩階或三階，求小明走上復興大樓的方法數有幾種？（7 分）

3、求 x^{40} 除以 $(x^2 + 1)(x + 1)^2$ 的餘式 = ?（7 分）

4、設 x 為實數，試求 $\frac{x-x^3}{1+2x^2+x^4}$ 的最大值=?（8 分）

5、令一等差數列的前 k 項和為 S_k ，若已知 $S_n = m$ 且 $S_m = n$ ，求 $S_{m+n} = ?$ （8 分）

6、 $(\log x)^2 - [\log x] - 3 = 0$ 的所有實根之乘積為 10^m ，其中 $[\cdot]$ 為高斯函數，則 $m = ?$ （8 分）

7、將半徑為 r 的半球體容器裝滿水，平放於桌上（側視圖為開口向上的下半圓），如今將之慢慢傾斜 30° ，在不考慮內聚力、附著力等各種物理現象下，試求此時容器內剩下的水之體積為多少？（8 分）

8、 $5x^2 - 6xy + 5y^2 - 4x - 4y - 4 = 0$ ，求 $(x-1)^2 + (y-1)^2$ 的最大值=? (8 分)

9、設 $x, y \in \mathbb{N}$ 且 $x < y$ ，若 $\log x$ 的首數為 m ，尾數為 α ，而 $\log y$ 的首數為 n ，尾數為 β ，已知 $m^2 + n^2 = 10$ 且 $\alpha + \beta = 1$ ，求所有數對 (x, y) =? (8 分)

10、在 $\triangle ABC$ 中， $\angle C$ 為直角， G 為重心，且 G 到 \overline{BC} 、 \overline{AC} 的距離和為 6。
若 $\overline{AB} = 15$ ，求 $\triangle ABC$ 的面積=? (8 分)

11、三角形 ABC ， $\angle A$ 、 $\angle B$ 與 $\angle C$ 分別對應的三邊長為 a 、 b 與 c ，已知 $\angle A = 42^\circ$ 且 $b^2 - c^2 = ac$ ，求 $\angle C$ =? (8 分)

12、有 n 組數據： $\sqrt{1}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\sqrt{5}$ 、 $\sqrt{7}$ 、...、 $\sqrt{2n-1}$ ，

令這 n 組數據的算術平均為 μ_n ，標準差為 σ_n ，求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sigma_n}{\mu_n} = ?$ (8 分)

13、數列 $\{a_n\}$ 滿足 $a_1 = 1$ 且 $a_{n+1} = \frac{-3-\sqrt{5}}{2a_n+2}$ ， $(\forall n \geq 1)$ ，求 a_{2025} =? (8 分)

本試卷結束