

臺北市立第一女子高級中學 114 學年度第一次正式教師甄選

數學科測驗題試題暨答案

1. 已知  $[x]$  為不大於  $x$  之最大整數，若  $\sum_{k=1}^n [\log_{45} k] = 2000$ ，則  $n = \underline{2034}$ 。
2. 坐標平面上  $O(0,0)$ 、 $A(a,20)$ 、 $B(b,25)$  為一個正三角形的三個頂點，則  $ab = \underline{-150}$ 。
3. 小綠 投擲兩個公正的骰子，其中一個骰子 A 是正六面體，點數分別為 2,3,4,5,6,7；  
另外一個骰子 B 是正八面體，點數分別為 2,3,4,5,6,7,8,9。記錄骰子 A 的點數為  $a$ ，  
骰子 B 的點數為  $b$ ，若第  $X$  次投擲時，首次滿足  $\log_a b$  為正整數，則  $X$  的期望值為  $\underline{\frac{16}{3}}$ 。
4. 正四面體  $ABCD$  的稜長為 5，現分別在  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{AD}$  上各取一點  $P$ 、 $Q$ 、 $R$ 。  
若  $\overline{AR} = 2$ ，且  $\overline{AD}$  與平面  $PQR$  垂直，則五面體  $PQR-BCD$  的體積為  $\underline{\frac{31}{4}\sqrt{2}}$ 。
5. 設  $a_n = \sum_{k=1}^n \frac{n}{2n^2 + 3kn + k^2}$ ，則  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \underline{2\ln 2 - \ln 3}$ 。
6. 阿綠 冒險時得到兩個尚未開啟的神奇寶箱，這些寶箱機緣到了，就會自動開啟，  
否則就會維持關閉狀態；而寶箱一旦開啟，就會一直維持開啟狀態。  
已知對每一個寶箱而言，如果今天沒有開啟，則隔天會開啟的機率為  $\frac{1}{3}$ 。  
若在阿綠得到寶箱的  $X$  天之後，首次出現兩個寶箱都是開啟狀態，則  $X$  的期望值為  $\underline{\frac{21}{5}}$ 。  
(註：阿綠得到寶箱的那一天，寶箱不會開啟。)
7. 已知梯形  $ABCD$  內接於一圓，其中  $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 。過  $D$  點作圓的切線交直線  $AC$  於  $E$  點，  
若  $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ，且  $\overline{AD} = 8$ 、 $\overline{AB} = 4$ ，則  $\overline{CE} = \underline{\frac{8}{3}}$ 。
8. 已知  $a$  為正整數，若方程式  $(z^2 - 2z + 5)(z^2 - 2az + 1) = 0$  有四個兩兩相異的根，  
且它們在複數平面上對應的四個點恰好共圓，則  $a = \underline{3}$ 。