

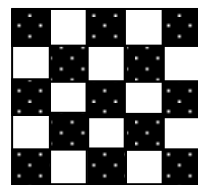
高雄市 107 學年度市立高級中等學校聯合教師甄選

數學科試題卷

【※答案一律寫在答案本上】

計算題：一律詳列過程；1~12 題每題 7 分，13~14 題每題 8 分

1. 如右圖為 5×5 黑白棋盤，從中隨機選取兩格，則此兩格不在同一列也不在同一行且恰一黑一白的機率為何？



2. 若 $f(x)$ 是一首項係數為 1 的 107 次實係數多項式，若 $f(x) = 0$ 的所有根之和為 2018，則方程式 $f(x^2 + x + 1) = 0$ 的所有根之和為多少？
3. 由集合 $S = \{2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^{200}, 2^{201}\}$ 中一次選三個相異元素，則此三個元素可排成遞增的等比數列之方法有幾種？
4. 由 $y = x^3$ 與 $x = 0$, $x = 2$ 及 x 軸圍成一區域 S 的面積 R ，將 S 分成 n 個等寬的長方形，令其上和為 U_n ，下和為 L_n ，則滿足 $|U_n - R| < \frac{1}{100}$ 之最小自然數 $n =$ _____。

5. 函數 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+a}-b}{x-1}, & x \neq 1 \\ \frac{1}{6}, & x = 1 \end{cases}$ ，其中 a, b 是異於 0 的常數，若 $f(x)$ 在 $x = 1$ 處連續，則數對 $(a, b) =$ _____。

6. 求 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \left(\frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+2}} + \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n+3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n-1} + \sqrt{2n+1}} \right) =$ _____。

【背面尚有試題】

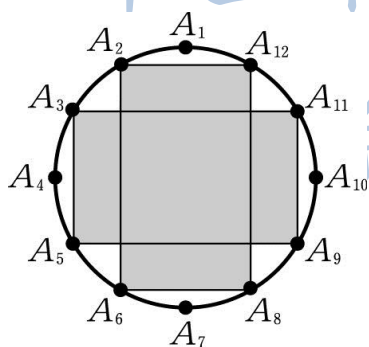
7. 在直角坐標平面上，設點 $P(-3,0)$ 且點 A 在 x 軸的正半軸（包含原點）上移動，點 B 在 y 軸上移動，且 $\overrightarrow{PB} \cdot \overrightarrow{BA} = 0$ ，點 C 在直線 AB 上且滿足 $2\overrightarrow{BC} + 3\overrightarrow{CA} = \vec{0}$ ，則點 C 的軌跡方程式為_____。

8. 正四面體的四頂點落在兩歪斜線 $L_1: \begin{cases} x=4+t \\ y=-3-t, t \in R \\ z=0 \end{cases}$ 與 $L_2: \begin{cases} x=2+s \\ y=2+s, s \in R \\ z=1 \end{cases}$

上，求此四面體的稜長為_____。

9. 設直線 $L: 4x - 5y - 18 = 0$ 與圓 $C: x^2 + y^2 - 2x + 3y = 0$ 交於 A, B 兩點，過 A, B 之切線交於一點 P ，則 P 之坐標為_____。

10. 如附圖，半徑2的圓上12個等分點，則陰影部分的面積為_____。



11. $\sqrt{(x-1)^2 + (2^x - 4)^2} + \sqrt{(x-1)^2 + (2^x)^2}$ 之最小值為_____。

12. 雙曲線 $\frac{x^2}{144} - \frac{y^2}{25} = 1$ 上有一點 P ，設兩焦點為 F_1 與 F_2 ，若 $\overline{PF_1} : \overline{PF_2} = 1 : 3$ ，求 $\cos \angle F_1PF_2 =$ _____。

13. 觀測站 S_1, S_2 之距離為 r ，飛機 A 在地面 B 點上空， S_1 站測得 A 之仰角為 ϕ ， $\angle BS_1S_2$ 為 φ ， S_2 站測得 $\angle BS_2S_1$ 為 θ ，則飛機之高 \overline{AB} 為 $\frac{r \sin \theta \tan \phi}{\sin(\theta + \varphi)}$ ，試

證之。

14. 求證 $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\tan \theta - \sin \theta}{\theta^3} = \frac{1}{2}$

高雄市 107 學年度
市立高級中等學校
聯合教師甄選