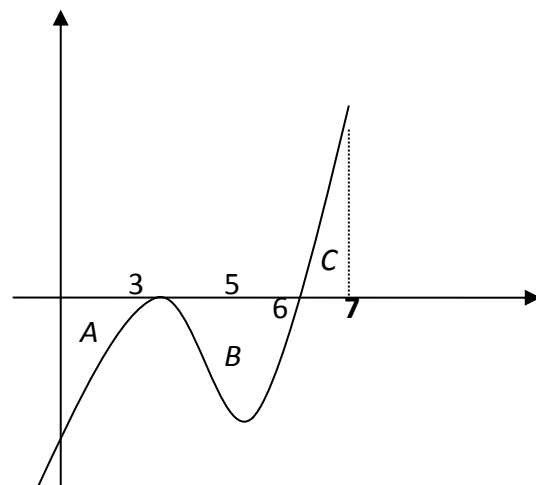


臺北市立華江高中 106 學年度正式教師甄選數學科試題

1. 恰有兩個數字相同的三位數有 _____(1)_____個。
2. 設直線 L 過定點 $A(3,5)$ 且與 x 軸正向， y 軸正向分別交於 P, Q 兩點， O 為原點，則 $\overline{OP} + \overline{OQ}$ 的最小值 $m =$ _____(2)_____。
3. 一個有關兩個實數變數 x, y 的線性規劃問題中，以求出三個限制條件為 $a_1x + b_1y \geq c_1$ ， $a_2x + b_2y \leq c_2$ ， $x + 2y \leq 40$ 。且解出上述三個限制條件的可行解區域為坐標平面上由 $A(4,0)$ 、 $B(10,15)$ 、 $C(16,12)$ 三點所圍成的三角形及其內部。其目標函數 $f(x, y) = px + qy$ （其中 p, q 為常數）。今計算出在頂點 $C(16,12)$ 上取得最大值 96，而在頂點 $A(4,0)$ 上取得最小值 12。但事後發現限制條件中的不等式「 $x + 2y \leq 40$ 」是錯誤的，應更正為「 $2x + y \leq 44$ 」。試求在更正後，目標函數 $f(x, y)$ 的最大值為 _____(3)_____。
4. $\triangle ABC$ 中， $\cos \angle BAC = \frac{4\sqrt{3}}{7}$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， O 為 $\triangle ABC$ 之內切圓的圓心，且直線 AO 交 \overline{BC} 於 D 點，則 $\frac{\overline{BD}}{\overline{CD}} =$ _____(4)_____。
5. 坐標平面上，方程式 $(x^2 + y^2 - 4x)(y^2 - x - 7) = 0$ 的圖形與直線 $mx - y + 4 - 2m = 0$ 有四個相異的交點，求實數 m 之範圍為 _____(5)_____。
6. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = c$ ， $\overline{BC} = a$ ， $\overline{AC} = b$ ，且 $a^2 + b^2 = 3c^2$ ，則 $\sin C$ 之最大值為 _____(6)_____。
7. 華江熱食部餐點一共有水餃(只供應韭菜水餃)、便當(供應排骨、雞腿便當)，湯麵(供應肉羹麵、土魷魚羹麵、魷魚羹麵)三種類型，共有 6 種餐點。小明每天中午都在熱食部隨機選購 1 種餐點，而且每天選購的類型皆與前一天相異，例如：若小明周一選購湯麵類，則周二就從水餃類、便當類共三種餐點中隨機選購 1 種餐點。長期而言，小明選購排骨便當的機率為 _____(7)_____。
8. 設 P, Q 為雙曲線 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{12} = 1$ 上的兩點，若 F_1, F_2 為此雙曲線的兩個焦點， \overline{PQ} 過 F_2 為此雙曲線的一焦弦， $\angle F_2PF_1 = 60^\circ$ ，則 $\triangle PQF_1$ 周長為 _____(8)_____。
9. $y = f'(x)$ 如下圖， $y = f'(x)$ 在 $x = 3$ 時有極大值，在 $x = 5$ 時有極小值，三個封閉區域 A, B, C 面積分別為 7, 6, 4，且 $f(0) = 10$ ， $f'(7) = 2$ ，若 $g(x) = [f(x)]^2$ ，則在 $y = g(x)$ 上，以 $(7, g(7))$ 為切點的切線方程式為 _____(9)_____。



10. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 3$ ， $\angle A = 2\angle B$ ，則 $\triangle ABC$ 之內切圓半徑為 _____ (10)

11. 假設 $1, 2, 3, 4, \dots, 10^5$ 這十萬個正整數中，各位數字和不大于 10 的正整數有 n 個，則 $n =$ _____ (11)

(例如: 7, 24, 250, 3211, 12241, …… 皆合乎題意)

12. 某班級一周有 4 節藝能課：包含 2 節體育課，1 節音樂課，1 節美術課，而排課原則如下：

(1) 2 節體育課不能排在同一天或相鄰的 2 天，

(2) 1 天中最多只有 2 節藝能課。

請問：此班級在這一週 5 個上課天這 4 節藝能課的排課分布情形一共有 _____ (12) 種不同的方法。

(Ps：只考慮此 4 節藝能課從星期一到星期五的分布情形，不須考慮在每天的哪一節課。)

13. \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 、 \vec{u} 為空間中的四個向量。若已知 $\vec{a} \times \vec{b} = (-2, 2, 1)$ ，
 $\vec{a} \times \vec{c} = (2, 1, 2)$ 且 $|\vec{a}| = 6$ ， $\vec{u} = (1, -2, 3)$ ，求 \vec{a} 與 \vec{u} 所張出之平行四邊形面積為 _____ (13)

14. 已知函數 $y = \log_2(kx^2) + \frac{3x}{4}$ 的圖形與函數 $y = 2^{|x|} + \frac{3x}{4}$ 的圖形交於 A, B 兩點，若 $\overline{AB} = 10$ ，
則 $k =$ _____ (14)

15. $x \in \mathbb{R}$ ，當 $\sqrt{x^4 - 15x^2 - 4x + 68} - \sqrt{x^4 - 3x^2 - 2x + 5}$ 有最大值時，則 $x =$ _____ (15)