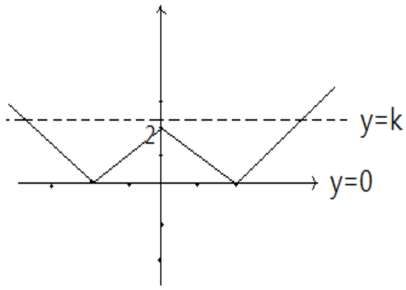
解答:

三、1.(1) $y=\left||x|-2\right| \Rightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ y=|x-2| \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x<0 \\ y=|-x-2| \end{cases}$ 圖形如右



$y=k$ 是一條水平線

$k=0$ 或 $k>2 \Leftrightarrow$ 二交點 (2 分)

$k=2 \Leftrightarrow$ 三交點 (2 分)

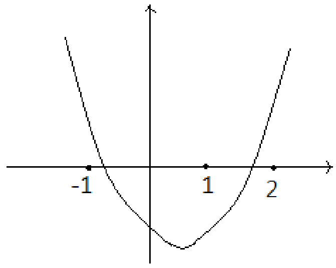
$0<k<2 \Leftrightarrow$ 四交點 (2 分)

$k<0 \Leftrightarrow$ 無交點 (2 分)

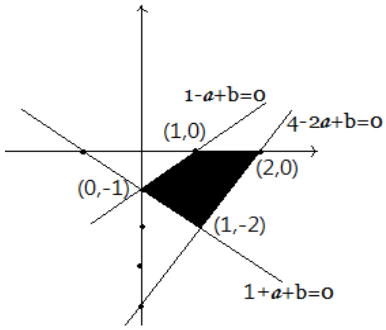
(2)題目有誤，送分 (4 分)

2. $y=f(x)=x^2-ax+b$，a,b 為實數

$\because -1\le\alpha\le 0$，$1\le\beta\le 2$ $\therefore f(x)=x^2-ax+b$ 圖形如右



$$\Rightarrow \begin{cases} f(-1)\ge 0 \\ f(0)\le 0 \\ f(1)\le 0 \\ f(2)\ge 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1+a+b\ge 0 \\ b\le 0 \\ 1-a+b\le 0 \\ 4-2a+b\ge 0 \end{cases} \Rightarrow$$



(a,b)	(0,-1)	(1,-2)	(2,0)	(1,0)
2a+b	-1	0	4	2

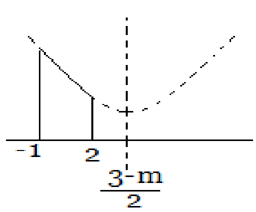
$\therefore$ 最大值為 4，最小值為-1 (4 分)

3. (1) $x^2+(m-3)x+m\ge 0 \Leftrightarrow (x-3)(x-0)\ge 0 \Leftrightarrow x^2-3x\ge 0 \therefore m=0$ (3 分)

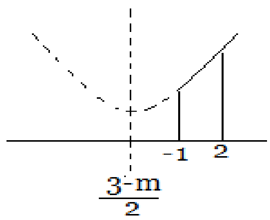
(2) $\because f(x)>0$ 恆成立 $\therefore (m-3)^2-4m<0 \Rightarrow m^2-10m+9<0 \Rightarrow (m-1)(m-9)<0$

$\Rightarrow 1<m<9$ (3 分)

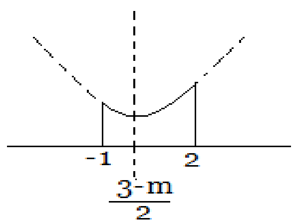
(3)



或



或



$$\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{3-m}{2} > 2 \\ f(2) > 0 \end{cases} \qquad \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{3-m}{2} < -1 \\ f(-1) > 0 \end{cases} \qquad \Rightarrow \begin{cases} -1 \le \dfrac{3-m}{2} \le 2 \\ f(\dfrac{3-m}{2}) > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m < -1 \\ 4+2m-6+m > 0 \end{cases} \quad 或 \quad \Rightarrow \begin{cases} m > 5 \\ 1-m+3+m > 0 \end{cases} \quad 或 \Rightarrow \begin{cases} -1 \le m \le 5 \\ \dfrac{-m^2+10m-9}{4} > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m < -1 \\ m > \dfrac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow 無解 \qquad \Rightarrow \begin{cases} m > 5 \\ 4 > 0 \end{cases} \Rightarrow m > 5 \qquad \Rightarrow \begin{cases} -1 \le m \le 5 \\ 1 < m < 9 \end{cases} \Rightarrow 1 < m \le 5$$

故 $m > 1$ (3 分)

四、1.重複排列：從 n 種不同的物件(每種物件至少有 k 個)中，任意選出 k 個排成一列，若每種物件可以重複出現，其排列法共有 n^m (種)

重複組合：從 n 種不同的物件(每種物件至少有 k 個)中，每次選取 k 個為一組，可以重複選取，其組合總數為 C_k^{n+k-1}

例子：某班 8 位同學去冷飲店，那裡有 6 種不同的飲料可供選擇，每人各要一種飲料，

(1)若以學生的來選擇飲料，選法共有 $6^8 = 1679616$，此為重複排列

(2)若以店員拿出飲料的方法，則有 $C_8^{6+8-1} = C_8^{13} = 1287$，此為重複組合

(7 分)

2.設萬位數字為 x_1，千位數字為 x_2，百位數字為 x_3，十位數字為 x_4，個位數字為 x_5 $\Rightarrow x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=12$， $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \{0,1,2,3,......9\}$

$\because x_1 \ge 1 \therefore$ 令 $x_1' = x_1 - 1 \Rightarrow x_1 = x_1' + 1$，$0 \le x_1' \le 8$ $\Rightarrow x_1' + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 11$

全部方法−(11，0，0，0，0)排列法−(10，1，0，0，0)排列法−($x_1' = 9$)

$\Rightarrow C_{11}^{15} - \dfrac{5!}{4!} - \dfrac{5!}{3!} - C_2^5 = 1365 - 5 - 20 - 10 = 1330$ (6 分)

3.一條直徑有 10 個直角三角形，有 6 條不同的直徑，所以直角三角形有 60 個以其中一個頂點來想 ，每一個頂點可以對應 20 個鈍角三角形，共有 12 個頂點，但有重複性，所以鈍角三角形有 $\dfrac{12 \times 20}{2} = 120$ 個

全部三角形有 $C_3^{12} = 220$，所以銳角三角形有 40 個 (6 分)

4.最後一顆是黑球的情況下白球先取完+最後一顆是紅球的情況下白球先取完

$\Rightarrow \dfrac{2}{9} \times \dfrac{4}{7} + \dfrac{4}{9} \times \dfrac{2}{5} = \dfrac{32}{105}$ (6 分)