

國立臺中教育大學 105 學年度教師專業碩士學位學程招生考試

數學試題

一、填充題（80%，每格5%）

1、將二次函數 $y = ax^2 + c$ 的圖形向上平移3個單位，再向左平移2個單位，

可得新圖形的二次函數為 $y = 3x^2 + 12x + 20$ ，則 $c =$ _____。

2、已知某個二位正整數的十位數字是3，若此數的平方比此數30倍多259，

則此數為_____。

3、若我們發現下列結果：

$$1 + 8 = 9 ;$$

$$1 + 8 + 27 = 36 ;$$

$$1 + 8 + 27 + 64 = 100 ;$$

$$1 + 8 + 27 + 64 + 125 = 225 \cdots \cdots$$

根據上述規則，試算 $\sqrt{1+8+27+\cdots+8000}$ 之值為_____。

4、某球隊每位成員與其餘每一個人都握手1次，若他們總共握手了55次，則

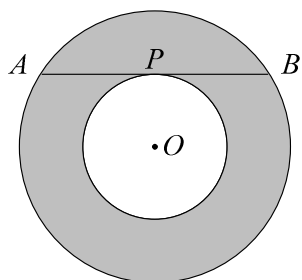
這球隊總計有_____人。

5、已知多項式 $7(x-1)^2 + 4(x-1)(y+2) - 20(y+2)^2$ 可因式分解為

$(ax + by + c)(dx + ey + 3)$ ，則 $a + d =$ _____。

6、求滿足除以3餘2、除以5餘3、除以7餘2的最小正整數為_____。

- 7、下圖為兩個同心圓， \overline{AB} 切小圓於 P 點，已知 \overline{AB} 的長為16公分，則灰色面積為_____平方公分。



- 8、擲兩個公正骰子，假設第一個骰子擲得 a 點，第二個骰子擲得 b 點，則聯

立方程組 $\begin{cases} ax + by = 2 \\ 2x + y = 7 \end{cases}$ 恰有一組解的機率為_____。

- 9、若二次方程式 $x^2 - 5x + 2 = 0$ 的二根為 $\log a$ 、 $\log b$ ，則 $\log_a b + \log_b a =$ _____。

- 10、若 $\log 5 \doteq 0.699$ ，試問 2^{30} 是幾位數？_____

- 11、空間中有一 $P(1, -2, 3)$ 點與直線 $L: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+3}{2}$ ，則點 P 至直線 L 的垂足座標為_____。

- 12、若多項式 A 除以 $x - 1$ 之餘式為5，除以 $x + 2$ 之餘式為2，則多項式 A 除以 $(x - 1)(x + 2)$ 之餘式為_____。

- 13、座標平面上點 (a, b) 在直線 $3x + 5y = -62$ 上，且 $a : b = 2 : 5$ ，則 $(b - 2) : (a + 3)$ 的比值為_____。

- 14、已知一三角形的三邊長分別為 $\sqrt{13}$ 、 $\sqrt{20}$ 、 $\sqrt{29}$ ，則此三角形面積為_____平方單位。

15、已知 $11^x = 8$ 且 $176^y = 32$ ，則 $\frac{3}{x} - \frac{5}{y} =$ _____。

16、設 $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ 、 $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ ，且 $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ 、 $\sin \beta = \frac{12}{13}$ ，則 $\sin(\alpha + \beta) =$ _____。

二、計算證明題（20%，請務必寫出計算或證明過程與結果）

1、設 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ 為一等差數列且 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n$ 為此等差數列前 n 項的和，

試證： $S_n, S_{2n} - S_n, S_{3n} - S_{2n}$ 成等差數列。（10%）

2、設 F 為拋物線 $(y - 3)^2 = 16(x - 1)$ 的焦點，若點 P 在拋物線上且 $\overline{PF} = 11$ ，

試求 P 的座標。（10%）