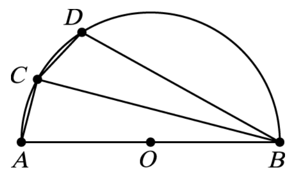
國立鳳山高級中學 105 學年度第 1 次專任教師甄選 數學 科試題

一、填充題(每格 5 分，共 80 分)

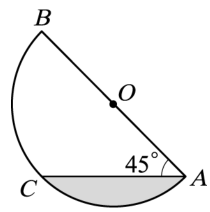
1. 設正ΔABC，A（0，0），B（b，11），C（c，37），則 bc 值為__________。

2. 如下圖所示，$\overline{AB}=8$，以$\overline{AB}$為直徑的半圓上有 C，D 兩點，且$\overline{AC}=2$，$\overline{BD}=7$，求$\overline{CD}$的長度=_______。



3. 在平面坐標系上，設 A（1，0），B（-1，0），以$\overline{AB}$為直徑的單位圓，將其上半圓分成 180 等分，其分點為（x_1，y_1），（x_2，y_2），……，（x_{179}，y_{179}），則$\sum_{n=1}^{179} x_n^{\,2}=$______________。

4. 如右圖，一個盛滿水的半球體容器，其半徑為 6，若傾斜 45°後，試求容器溢出的水體積___________。



5. 求$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{1}{2n}\right)^p+\left(\frac{2}{2n}\right)^p+\cdots\cdots+\left(\frac{2n}{2n}\right)^p}{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2n}\right)^p+\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{2n}\right)^p+\cdots\cdots+\left(\frac{1}{2}+\frac{n}{2n}\right)^p}$之值（$p>0$）______________。

6. 設 a,b 為正實數，則$2a+b+\frac{2}{a}+\frac{18}{ab}$的最小值為______________。

7. 螞蟻站在一正四面體的一頂點 A 上，若螞蟻到其他三頂點 B、C、D 的機率均為$\frac{1}{3}$，且到其他頂點的時間都為一分鐘，則六十分鐘後回到原頂點 A 的機率為______________。

8. ΔABC 中，$\overline{BC}=a,\overline{AC}=b,\overline{AB}=c$，若 a、b、c 成等差數列，則$\tan\frac{A}{2}\tan\frac{C}{2}=$______________。

9. 已知一拋物線與直線$x+3y=4$相切於$(4,0)$，與直線$5x+3y=-16$相切於$(4,-12)$，則此拋物線方程式為___________。

10. 設 a 為正實數，若恰有一個實數 k 使得方程式$x^2+(k^2+ak)x+k^2+ak+127=0$的兩個根均為

質數，則 $a=$__________。

11. 找出所有滿足下列條件的函數 f ：對於不爲 0 或 1 的任意實數，都有 $f(x)+f(1-\frac{1}{x})=x+1+\frac{1}{x-1}$。答：________________

12. 已知 (a,b,c) 滿足方程組 $\begin{cases} x^3-y^3-z^3=3xyz \\ x^2=2(y+z) \end{cases}$ 之正整數解，則 $a+b+c$ 之值=_______ .

13. 已知 $\omega=z+i$（$z\in C$），且 $\frac{z-2}{z+2}$ 爲純虛數，設 $M=|\omega+1|^2+|\omega-1|^2$，則當 M 有最大值時，求 $|\omega|$ 之值=_______ .

14. 在直角坐標系，橢圓：$\begin{cases} x=m+2\cos\theta \\ y=\sqrt{3}\sin\theta \end{cases}$ 與拋物線 $\begin{cases} x=t^2+\frac{3}{2} \\ y=\sqrt{6}\cdot t \end{cases}$（m 爲常數，$\theta$ 、t 爲參數）有交點，若 m 的取值範圍爲 $a\le m\le b$，則 $a+b=$__________ .

15. 已知 n 爲正偶數，求關於下列 x 不等式

$$\log_2 x-4\log_{2^2}x+12\log_{2^3}x+\cdots+n(-2)^{n-1}\log_{(2^n)}x>\frac{1-(-2)^n}{3}\log_2(x^2-2)$$ 的解爲________ .

16.一個圓台(又稱截頂圓錐，正圓錐截出的圓台)，其上底面半徑 $\overline{O_1A}$ 爲 1，下底面半徑 $\overline{O_2B}$ 爲 5，母線 AB 爲 12，以母線 AB 中點 P 拉一條繩子，繞圓台側面旋轉到 B 點。求當繩子的長度最短時，上底面圓周上的點到繩子的最短距離爲 $\frac{a\sqrt{3}+b}{12}$，則 $a+b$ 之值=_______ .

二、計算題(每題 10 分，共 20 分)

1.設 $x^6+x^4+x^2+1=0$ 的解爲 α_1，α_2，……，α_6，並設此六個解在複數平面對應的點分別爲 P_1，P_2，……，P_6，$i=\sqrt{-1}$，求以下各式的值：

(1)（$2i+\alpha_1$）（$2i+\alpha_2$）……（$2i+\alpha_6$）。

(2) P_1，P_2，……，P_6 所決定的凸六邊形面積。

2.設 $f(x)=\int_0^x (x-t)cos^3t\,dt$ ，$-\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{3\pi}{2}$ ，求 $f(x)$ 的極值。

國立鳳山高級中學 105 學年度第 1 次專任教師甄選 數學 科試題答案

一、填充題

1	2	3	4	5
315	2	89	$90\sqrt{2}\ \pi$	$\dfrac{2^{p+1}}{2^{p+1}-1}$
6	**7**	**8**	**9**	**10**
11	$\dfrac{1+3^{-59}}{4}$	$\dfrac{1}{3}$	$x^2+2xy+y^2-4x+4y=0$	$2\sqrt{34}$
11	**12**	**13**	**14**	**15**
$x+\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{2}$	4	3	3	$x>2$
16				
3				

二、計算題

第1題

（1）-51

（2）$\sqrt{2}+1$

第2題

$Ans: f(0)=0$ 爲極小值，$f(\pi)=\dfrac{14}{9}$ 爲極大值。