國立桃園高中105學年度第1次教師甄選數學科初試試題卷

編　號

------------------------彌----------------------封------------------------線---------------------

第一部分：每格2分，共24分

1. 袋中有3紅球， 5黑球， 2白球， 今由袋中每次取一球不放回， 若取10次， 則紅球先取完， 黑球次之， 白球最後取完的機率為______

2. 從各位數字和等於43的五位數中， 任選出一個數， 這個數恰為11倍數的機率為_________

3. 設 $f(x)=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+2$ ，若 $a+c+e=7$ ， $b+d=3$ ，則 $f(x)$除以 x^2-1 之餘式為___________

4. 若 $a,b,c,x,y,z\in\mathbb{R}$ ，且 $a^2+b^2+c^2=16$ ， $x^2+y^2+z^2=25$ ，則 $\begin{vmatrix}1&2&2\\a&b&c\\x&y&z\end{vmatrix}$ 之絕對值的最大值為__________

5. 在 ΔABC 中， $\overline{AB}=6$ ， $\overline{BC}=5$ ， $\overline{CA}=7$ ，設其外心為 O，垂心為 H，則 $\overrightarrow{AO}\bullet\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AH}\bullet\overrightarrow{AC}$ 的值為_________

6. 在坐標平面上， 設 Γ 為所有滿足 $\sqrt{(x-2)^2+(y-4)^2}+\sqrt{(x-4)^2+(y-8)^2}=16$ 的點 (x,y) 所成的圖形。若圓心為 (a,b) 且半徑為 1 的圓與 Γ 相切，則 a^2+b^2 的最大值為 __________ 。

7. 坐標平面上，圓 $C:(x-6)^2+(y-5)^2=4$，點 $A(-1,3)$，設 P 為 x 軸上動點，Q 為圓上 C 動點，則 $\overline{AP}+\overline{PQ}$ 的最小值為________

8. 甲袋有大小相同的紅球2顆、白球1顆；乙袋中有相同的紅球1顆。先從甲袋隨機取1球放入乙袋，然後再隨機從乙袋取出1球放入甲袋。重複上述步驟共 n 次以後，再從甲袋取出紅球的機率為 P_n ，則 $\lim\limits_{n\to\infty}P_n=$_______

9. 設 m 為實數，若曲線 S：$(\dfrac{x^2}{16}+\dfrac{y^2}{9}-1)(x^2+y^2-4x+3)=0$ 與直線 $y=mx-5$ 在座標平面上恰有4個相異交點，而滿足此條件的 m 之最大範圍為 $a<m<b$，則 $a+b$ 的值為 ______

10. 坐標平面上，以直線 $y=mx$ 為鏡射軸的鏡射矩陣為 $\begin{bmatrix}\frac{1}{2}&\frac{\sqrt{3}}{2}\\\frac{\sqrt{3}}{2}&\frac{-1}{2}\end{bmatrix}$，則 m 之值為_______

11. 若 $x>0$ ，求滿足 $x^{x^2-4}>(x^x)^3$ 之 x 的範圍為____________

12. 試求 $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{1}{n}[\sin\dfrac{\pi}{2n}+\sin\dfrac{2\pi}{2n}+\sin\dfrac{3\pi}{2n}+\cdots+\sin\dfrac{n\pi}{2n}]$ 的值為_______

國立桃園高中 105 學年度第 1 次教師甄選數學科初試試題卷

編　號

----------------------彌--------------------封----------------------線------------------

第二部分：每格 3 分，共 36 分

1. 設 $f(x)$ 為實係數多項式且滿足 $f(3-i)=7-3i$ ， $f(2)=2$ ，則 $f(x)$ 除以 $(x-2)(x^2-6x+10)$ 的餘式為______

2. 若 $\log_5 144^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{10}}+2\times\log_5 144^{\frac{1}{3}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{10}}+3\times\log_5 144^{\frac{1}{4}+\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{10}}+\cdots+9\times\log_5 144^{\frac{1}{10}}=a\times\log_5 2+b\times\log_5 3$ ，則 $a+b$ 之值為 _________

3. 數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = 0$， $a_2 = 1$， $a_{n+2} - 2a_{n+1} + a_n = 1$， 則 a_{106} = ________

4. 在平面直角座標系中， O 為原點， $A(-1,0)$ ， $B(0,\sqrt{3})$ ， $C(3,0)$ ， 動點 P 滿足 $|\overrightarrow{CP}| = 1$， 則 $|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OP}|$ 的最大值為______

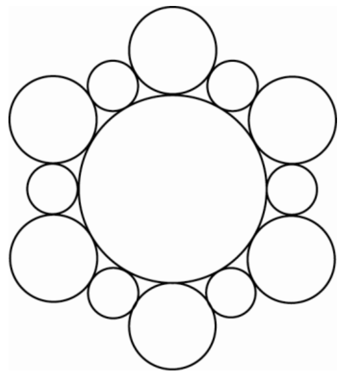
5. 袋中有 1~10 號卡片各一張，從中任抽出 2 張，求 2 張數字乘積的期望值為_______

6. 設 z 為複數，且 $|z-1|=2$ ，則 $|z-4-4i|$ 的最大值為__________

7. 設 $A=\begin{bmatrix}1&1&1\\0&1&1\\0&0&1\end{bmatrix}$，則 A^{102} 中各元總和為____________

8. 若直線 $y=3x+a$ 與曲線 $y=x^3+2$ 有三相異交點，則 a 的範圍為_______

9. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=3$ ， $\overline{BC}=4$ ， $\overline{CA}=5$ ，若 P 點在 $\triangle ABC$ 內，P 點至 $\overline{AB}$ ， $\overline{BC}$ ， $\overline{CA}$ 距離分別為 x，y，z，求 $3x^2+y^2+2yz+2z^2$ 之最小值為____________



10. 如右圖，是由三種大小圓形組成，其小、中、大圓半徑分別為 r_1， r_2， r_3 ，則 $\frac{r_1}{r_3}$ 的值為____________

11. 設 $f(x)=x^2+x+1$ ，求 $\lim\limits_{a\to 0}(\lim\limits_{b\to 0}\frac{f(a+b)-f(a)-f(b)+f(0)}{ab})$ 的值為__________

12. 設 $f(x)=\dfrac{\prod_{k=0}^{50}(x-2k)}{\prod_{k=1}^{50}(x+k)}$ ，求 $\log_4 f'(0)$ 的值為_________

國立桃園高中 105 學年度第 1 次教師甄選數學科初試試題卷

編　號

------------------------彌----------------------封-------------------------線---------------------

第三部分：每格 4 分，共 40 分

1. 設 $A(0,\ 0)$， $B(10,\ 0)$， $C(10,\ 8)$， $D(0,\ 8)$為坐標平面上的四個點。如果直線 $y = m(x-5)+3$ 將四邊形 $ABCD$ 分成左右面積為 3:2 的兩塊， 則 m 的值為____

2. 已知 $|\log_3 x| = ax + b$ 之三個實根成等比且公比為 3， 則 b 的值為 ________

3. 試求 $f(x)=\int_0^2 \lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{(2-x)(x+x^{2n})}{1+x^{2n}}dx$的值為________

4. 有一邊長為$\sqrt{2}$的正方形 $ABCD$， 今沿著它的對角線 $\overline{AC}$ 摺起， 使平面 ABC 與平面 ACD 互相垂直，則直線 AB 與直線 CD 間的公垂線段長為______

5. 已知 $2016+x$ 與 $1824+x$ 均為完全平方數，求滿足此條件的所有正整數 x 為________

6. 對任意正數 x，定義函數 $f(x)$為四數 $\log x$， x^2-2x+1， $2x$， $-x+1$ 中的最大值，則函數 $f(x)$ 的最小值為______

7. 設 $0\le x\le\pi$ ， $0\le y\le\pi$ ，若 $2\sin x\cos y-\sqrt{3}\sin x-\cos y=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ，則 $x+y$ 的最大值為 ______

8. 已知 $\begin{cases}\tan\alpha+\log_3(3\tan\alpha+6)=2\\ \tan\beta+3^{\tan\beta-1}=4\end{cases}$ ，求 $\tan\alpha+\tan\beta=$_________

9. 若 $z\in\mathbb{C},|z|=1$，則$|z^2-z+2|$的最小值為__________

10. 設一直線 $y=ax$ 將拋物線 $y=x(3-x)$和 x 軸所圍區域的面積平分，則 a 值為________