

高雄市 103 學年度市立高級中等學校聯合教師甄選

數學科試題卷

【※答案一律寫在答案本上】

一. 計算題: 一律詳列過程; 1~5 每題 6 分, 6~15 每題 7 分

1. 設 $a < b$ 為相異實數, 滿足 $\frac{a}{2b} + \frac{a+5b}{b+5a} = 2$, 則 $\frac{a}{b} = \underline{\hspace{2cm}}$

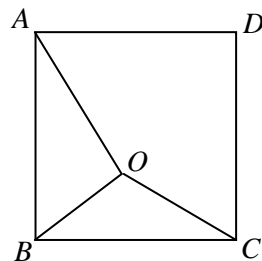
2. 解 $\begin{cases} x+y+z=4 \\ x^2+y^2+z^2=30 \\ x^3+y^3+z^3=118 \end{cases}$: $\underline{\hspace{2cm}}$

3. 設 $f(x) = x^{81} + x^{49} + x^{25} + x^9 + x + 3$ 除以 $x^3 - x$ 的餘式為 $\underline{\hspace{2cm}}$

4. 某佛寺的籤筒中, 有籤若干支, 其中有 $\frac{2}{3}$ 是紅色, $\frac{1}{3}$ 是金色, 而紅色籤中有 $\frac{1}{4}$ 的籤是「大吉」, 金色籤中則有 $\frac{1}{3}$ 的籤是「大吉」。今從籤筒中隨機地抽出一支籤, 發現是「大吉」, 則抽出的籤是金色籤的機率為 $\underline{\hspace{2cm}}$

5. 如圖, 已知 $ABCD$ 為正方形, 已知 $\overline{OA} = \sqrt{3}, \overline{OB} = 1, \overline{OC} = \sqrt{2}$,

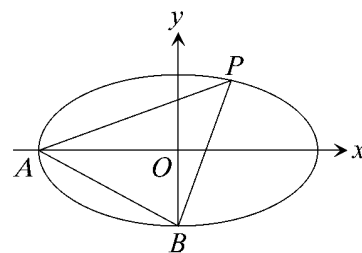
試求正方形 $ABCD$ 的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$



6. 如圖， A, B 為橢圓 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 之兩頂點，

其中 a, b 皆為正數。若 P 為第一象限的橢圓弧上之一點

，則 $\triangle ABP$ 最大的面積為 _____



7. 設 P 點是拋物線 $\Gamma: y^2 = 4x$ 外之一點，已知過 P 點有二直線與 Γ 相切，其斜率分

別為 2 與 -3，則斜率為 2 的切線方程式為 _____

8. 試計算定積分 $\int_{-1}^1 \sqrt{1-x^2} + (1+x) dx$ 的值為 _____

9. 已知 $\log x = ax + b$ 有三個實根，其比為 1:2:3，試求 a, b 之值 _____

10. 設 $x, y \in \mathbb{R}$ ，求 $\frac{x+2y+3}{\sqrt{x^2+y^2+1}}$ 之最大值 _____

11. 設 $m < 0$ ，且直線 $y = mx + 1$ 交拋物線 $y^2 = 4x$ 之弦長為 8，求 m 之值 _____

12. 設 $x \in R$, $f(x) = \frac{3 - \sin x}{2 + \cos x}$, 試求 $f(x)$ 之最大值_____

13. 設 $\triangle ABC$ 的三邊長為 a 、 b 、 c , 且 a 、 b 、 c 為方程式 $x^3 - 3\sqrt{5}x^2 + 14x - 4\sqrt{5} = 0$ 的三根 , 求 $\triangle ABC$ 的內切圓半徑? _____

高雄市103學年度

14. 設 F_1 、 F_2 為橢圓的兩焦點 , P 、 Q 為橢圓上兩點 , 且 F_2 、 F_1 、 Q 三點共線 , $\overline{F_1Q} = 3$,

$\overline{F_2Q} = 7$, 令 $\overline{PF_1} = r$, $\angle PF_1Q = \theta$. 若 $r = \frac{x}{y + 2\cos\theta}$, 試求數對 $(x, y) =$ _____

市立高級中等學校

15. 設 $f(x)$ 為一個三次多項式函數 , 且 $y = f(x)$ 的圖形與直線 $y = \frac{32}{27}$ 切於點

$\left(\frac{5}{3}, \frac{32}{27}\right)$, 與 x 軸切於點 $(3, 0)$, 試求圖形 $y = f(x)$ 與 x 軸所圍成區域的面積_____

聯合教師甄選公告用