

國小數學科試題

選擇題 (共 50 題, 每題 2 分, 共 100 分)

1. 若聯立方程式 $\begin{cases} ax-(2a-1)y+1=0 \\ 3x-(4a-1)y+6a=3 \end{cases}$ 有無限多組解, 則 $a=$

- ①1 ②2 ③ $\frac{3}{4}$ ④1 或 $\frac{3}{4}$ 。

2. 在算式 $\frac{1}{18} + \frac{1}{\bigcirc} + \frac{1}{\square} + \frac{1}{\triangle} = 1$ 中, 符號 $\bigcirc, \square, \triangle$ 分別代表不同的正整數, 求這三數之和 $\bigcirc + \square + \triangle =$

- ①14 ②15 ③16 ④17。

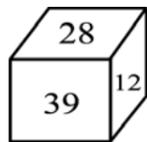
3. 有一個三位數正整數, 其數字均不為 0, 此三個數字之乘積為 72, 而三個數字之和為 14, 符合上述條件的三位數之中, 最大的與最小的相加等於多少?

- ①1050 ②1099 ③964 ④1171。

4. 計算 $(1-\frac{1}{2}) \times (1-\frac{1}{3}) \times (1-\frac{1}{4}) \times \dots \times (1-\frac{1}{10})$ 之值為何?

- ①10 ② $\frac{1}{10}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{2}$ 。

5. 如右圖, 一個正立方體每一個面有一個數字, 39 的對面數字是 a , 28 的對面數字是 b , 12 的對面數字是 c , 每一面數字與其對面數字之和皆相等, 且 a, b, c 都是不相等的質數, 則 $a+b+c=?$



- ①41 ②42 ③43 ④44。

6. $\sin \theta$ 是 $4x^2 + 4x - 3 = 0$ 的一根, 則 $\cos 2\theta = ?$

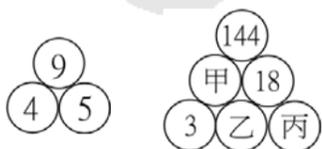
- ①1 ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$

7. 一數列 $\langle a_n \rangle$ 之前 n 項和 $S_n = 2n^2 + 3$, 則 $a_{10} =$

- ①33 ②38 ③47 ④50

8. 如下圖(左), 底層相鄰的兩圓圈, 左圓內的數減去 1 且右圓內的數減去 2 後的乘積等於其中間上方的圓圈內的數, 即 $(4-1) \times (5-2) = 9$ 。觀察下圖(右), 請問下列何者**錯誤**?

- ①甲=10 ② $2 \times \text{甲} - \text{乙} + \text{丙} = 18$ ③丙=3 ④甲+乙+丙=22



9. 依序任意給五個連續的正整數, 下列敘述何者**不一定成立**?

- ①正中間的數等於第二個數與第四個數的平均 ②這五個數的和必可被 5 整除 ③這些數中至少有一個數可被 3 整除 ④這些數中有三個數可被 2 整除

10. 將兩個二次函數 $y = 2x^2 + 1$ 與 $y = 2x^2 - 1$ 畫在同一坐標平面上, 下列有關這兩個函數圖形關係的敘述, 哪一個是**錯誤**的?

- ①有相同的開口方向 ②圖形都是拋物線 ③有相同的頂點坐標 ④有相同的對稱軸。

11. 設 a, b, c, d 皆為實數且 $a^2 + b^2 = 4, c^2 + d^2 = 9$, 試求 $ab + cd$ 的最大值 $M =$

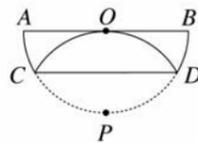
- ① $\frac{15}{2}$ ② $\frac{13}{2}$ ③6 ④5

12. 某班 20 位同學的家族人口數如下: 12、3、8、3、4、4、6、4、4、7、6、5、9、7、10、10、8、8、10、9, 下列何者正確?

- ①算術平均數為 7 ②中位數為 7 ③眾數為 10 ④中位數+算術平均數+眾數=26。

13. 如右圖, 將一半徑為 6 的半圓摺疊, 使 \widehat{AB} 的中點 P 與圓心 O 重合, 則 $\overline{CD} = ?$

- ① $9\sqrt{3}$ ② $8\sqrt{3}$ ③ $6\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{3}$ 。



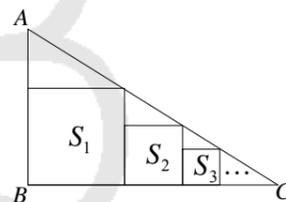
14. 圓 O_1 、圓 O_2 、圓 O_3 均兩兩外切, 已知 $\overline{O_1O_2} = 6, \overline{O_1O_3} = 8, \overline{O_2O_3} = 10$, 則 O_1 的面積是多少?(圓周率以 π 表示)

- ① 36π ② 16π ③ 4π ④ 2π 。

15. 將多項函數 $f(x) = x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 11x - 15$ 表示為 $f(x) = a(x-h)^4 + b(x-h)^3 + c(x-h)^2 + d(x-h)$, 其中 a, b, c, d, h 均為整數, 則下列何者**錯誤**?

- ① $h = -3$ ② $a = 1$ ③ $b = 9$ ④ $c = 25$ 。

16. 25^{60} 除以 216 的餘數為何?
 ①155 ②145 ③135 ④125。
17. 已知函數 $f(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0$ 且 α, β 為 $f(x) = 0$ 的兩根，若 $\alpha + \beta = \alpha\beta = a + b + c = k$ ，請問 $k = ?$
 ① $\frac{\alpha + \beta}{2}$ ② α ③ β ④ a 。
18. $\triangle ABC$ 中，三個頂點分別為 $A(0,0,0), B(1,-2,0), C(0,2,-2)$ ，則此三角形的垂心座標為
 ① $(1,0,-2)$ ② $(-1,0,2)$ ③ $(2,1,-3)$ ④ $(-2,1,3)$ 。
19. 矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，若 $AB = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ ，則 $ad - bc = ?$
 ①2 ②6 ③4 ④10。
20. 若 $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ ，則下列何者正確
 ① $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \sin x \leq 1$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \cos x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $-1 \leq \tan x \leq 1$ ④ $-\sqrt{2} \leq \sec x \leq \sqrt{2}$ 。
21. 滿足方程式 $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1$ 的 (x, y) 正整數解共有幾組?
 ①4 ②5 ③6 ④7。
22. 在九年一貫課程數學學習領域中，量與實測的部分需學習七種量，以下哪一個不是屬於感官量?
 ①時間 ②角度 ③面積 ④容量。
23. 范西里(Van Hiele)夫婦建立幾何思維層次論，認為學童學習幾何大略可分為五個層次：(A)關係或非正式推理層次(relation or informal deduction level) (B)形式演繹推理層次(formal deduction level) (C)描述分析層次(the descriptive-analytic level) (D)嚴密性或公理性層次(rigorous or axiomatic level) (E)視覺層次(visual level)。根據范西里的研究顯示，上述五個層次有其序性，請由下列的答案選擇正確的次序?
 ①(A)(B)(C)(D)(E) ②(E)(B)(A)(C)(D) ③(E)(C)(A)(B)(D) ④(A)(E)(C)(B)(D)。
24. 求過點 $(2, -1)$ 並和直線 $2x - 3y = 5$ 垂直的直線方程式
 ① $2x - 3y = 7$ ② $2x + 3y = 1$ ③ $3x + 2y = 4$ ④ $3x - 2y = 8$ 。
25. 如右圖，直角三角形二股長為 3, 4，內接正方形面積為 S_1, S_2, S_3, \dots ，求 $\sum_{n=1}^{\infty} S_n = ?$
 ① $\frac{96}{11}$ ② $\frac{48}{11}$ ③ $\frac{24}{11}$ ④ $\frac{12}{11}$ 。
26. 設 $f(x) = x^{2010} + ax^{99} + 7x - 8$ 被 $x + 1$ 整除，則 $a = ?$
 ① -8 ② -10 ③ -12 ④ -14。
27. 一數列 $\{a_n\}$ 的前 n 項和 $S_n = 3n^2 + 2n - 5$ ，而一般項以 a_n 表示，則下列何者正確?
 ① $a_n = 6n - 1$ ② $a_1 = 5$ ③ $a_5 = 80$ ④ $\sum_{i=2}^{10} a_i = 315$ 。
28. 不等式： $\frac{(x-1)(x-3)}{x-2} \leq 0$ 的解為何?
 ① $x \leq 1$ 或 $x \geq 3$ ② $x \leq 1$ 或 $2 < x \leq 3$ ③ $x \leq 1$ 或 $2 \leq x \leq 3$ ④ 以上皆非。
29. $\log_{10}(\log_{10} 25) + \log_{10}\left(1 + \frac{\log_{10} 4}{\log_{10} 25}\right)$ 之值為?
 ①2 ②1 ③0 ④ $\log 2$ 。
30. 擲一顆公正骰子，出現 1 點可得 300 元，出現偶數點可得 200 元，出現其他點數可得 60 元，求擲一次骰子所得金額的期望值?
 ①190 ②170 ③150 ④120 元。
31. $\left(3x + \frac{2}{x}\right)^5$ 展開式中， x 的係數為
 ①1080 ②540 ③270 ④135。
32. 已知一等差數列共有十項，且知其奇數項之和為 15，偶數項之和為 30，則下列哪一選項為此數列的公差?
 ①4 ②3 ③2 ④1。
33. 假設學校有 1232 人修西班牙文，879 人修法文，114 人修德文。此外，有 103 人同時修西班牙文與法文，23 人同時修西班牙文與德文，14 人同時修法文與德文。若有 2092 個學生在這三門語文課中至少修一門，則有多少學生同時修這三門語言課?
 ①5 ②6 ③7 ④8。
34. 若 $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 5$ ，則多項式 $g(x) = f(f(x))$ 除以 $(x - 2)$ 所得餘式為
 ①3 ②5 ③9 ④11。



35. 設 n 為正整數，且 $\frac{1}{n} + \frac{2}{n} + \frac{3}{n} + \dots + \frac{11}{n} + \frac{12}{n}$ 亦為正整數，則 n 可能的值有幾個？
 ①10 ②8 ③6 ④4。
36. 已知 $a = \log 3$ ， $b = \log 12300$ ，若 $\log x = b - a - 7$ ，則 $x =$
 ① 4.1×10^{-1} ② 4.1×10^{-2} ③ 4.1×10^{-3} ④ 4.1×10^{-4} 。
37. 下列何者錯誤？
 ① $\sqrt{\frac{-5}{-2}} = \frac{\sqrt{-5}}{\sqrt{-2}}$ ② $\sqrt{-2} \times \sqrt{-5} = \sqrt{(-2) \times (-5)}$ ③ $\sqrt{\frac{-2}{5}} = \frac{\sqrt{-2}}{\sqrt{5}}$ ④ $\sqrt{2} \times \sqrt{-5} = \sqrt{2 \times (-5)}$ 。
38. $r, s \in R$ ， $r < s$ ，若 $a = \frac{r+3s}{4}$ ， $b = \frac{r+s}{2}$ ， $c = \frac{r+6s}{7}$ ， $d = \frac{6r+s}{7}$ ，下列何者正確？
 ① $d < b < c < a$ ② $d < b < a < c$ ③ $a < b < c < d$ ④ $b < a < c < d$ 。
39. 在單獨一回比賽中，甲乙兩人各自得勝的機率分別為 $\frac{3}{5}$ ， $\frac{2}{5}$ ，今在連續五回比賽中，最先贏得三回者得勝，則甲得勝之機率為多少？
 ① $\frac{27}{125}$ ② $\frac{162}{625}$ ③ $\frac{648}{3125}$ ④ $\frac{2133}{3125}$ 。
40. 前 4006 個正偶數之總和與前 4006 個正奇數之總和的差為？
 ①0 ②1 ③4006 ④8012。
41. $P(1, 3, 4)$ 是空間中的一點，下列敘述何者為真？
 ① P 點到 y 軸的距離為 3 ② P 點關於 yz 平面的對稱點是 $(1, -3, -4)$ ③ P 點在 y 軸的投影點是 $(-1, 3, -4)$ ④ P 點關於原點的對稱點是 $(-1, -3, -4)$ 。
42. 下列各選項中何者在空間中其圖形是一條直線？
 ① $\begin{cases} x-3y+2z=4 \\ 3x-9y+6z=10 \end{cases}$ ② $x+2y=6$ ③ $x=0$ ④ $\frac{x-2}{3} = \frac{y+6}{-2} = \frac{z+5}{-3}$ 。
43. 直角三角形 $\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\overline{AB} + \overline{BC} = 6\sqrt{3}$ ，則 $\overline{AC} = ?$
 ① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③6 ④3。
44. 設 a, b, c 為三個正整數。若 3 是 a, b 的最大公因數，且 2, 9, 14 都是 b, c 的公因數，則下列何者正確？
 ① c 一定可以被 36 整除 ② $b \geq 252$ ③ a, b, c 三個數的最大公因數是 9 的因數 ④ a, b, c 三個數的最小公倍數大於或等於 252。
45. 平面上有一個直角三角形，其三邊的斜率分別為實數 m_1, m_2, m_3 ，並假設 $m_1 > m_2 > m_3$ 。則下列敘述何者為真？
 ① $m_1 m_2 = -1$ ② $m_1 m_3 = -1$ ③ $m_2 \leq 0$ ④ $m_3 < 0$ 。
46. 座標平面上，下列何者所代表的圖形是一個圓？
 ① $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 13 = 0$ ② $\sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2} = 3$ ③ $(x-1)^2 + (y-2)^2 + 25 = 0$ ④ $\begin{cases} x = 2 + \cos \theta \\ y = -1 + \sin \theta \end{cases}$ ，其中 $0 \leq \theta < \pi$ 。
47. 小嵐與小律現齡分別為 x 歲、 y 歲，且 x, y 的關係式為 $2(x+3) = y$ 。下列敘述何者正確？
 ① 3 年後，小律年齡是小嵐年齡的 2 倍 ② 小嵐現在年齡是小律 3 年後年齡的 2 倍 ③ 小律現在年齡是小嵐 3 年後年齡的 2 倍 ④ 3 年前，小嵐年齡是小律年齡的 2 倍。
48. 一矩形的面積是 640 平方單位，其周長為 104 單位，則這個矩形的長與寬的比為何？
 ①4:3 ②6:5 ③8:5 ④9:7。
49. 設 $\tan \theta = \frac{5}{3}$ ，則 $\frac{\cos \theta + \sin \theta}{4 \cos \theta + \sin \theta} = ?$
 ① $\frac{8}{17}$ ② $\frac{6}{17}$ ③ $\frac{4}{17}$ ④ $\frac{2}{17}$ 。
50. 若正整數 a, b, q, r 滿足 $a = bq + r$ ，且令 (a, b) 表示 a 與 b 的最大公因數，則下列選項何者為真？
 ① $(a, b) = (b, r)$ ② $(a, b) = (q, r)$ ③ $(a, q) = (b, r)$ ④ $(a, r) = (b, q)$ 。

【試題結束】