

臺北縣立高中職 97 學年度教師聯合甄選初試（筆試）試題卷

甄試類科：數學科

考試科目：數學專業能力

作答說明：1. 本試卷共計有 8 大題，合計 100 分。

2. 請將答案以藍(黑)原子（簽字）筆書寫於答案卷上，須寫出計算過程。

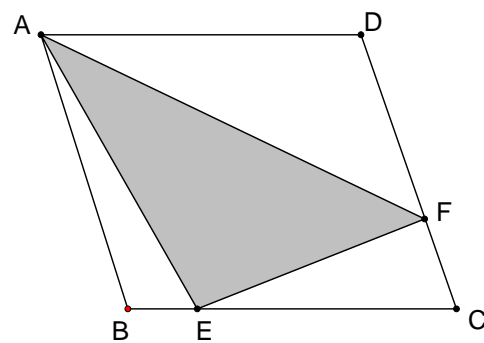
1. 設方程式 $x^4 + 4x^3 - 4x^2 - 16x + 1 = 0$ 的四個根為 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 與 α_4 。試求下列方程式的解

$$\frac{1}{x - \alpha_1} + \frac{1}{x - \alpha_2} + \frac{1}{x - \alpha_3} + \frac{1}{x - \alpha_4} = 0 \quad (15\%)$$

2. 如右圖，ABCD 為一平行四邊形，且 $\triangle ABE$, $\triangle ECF$,

$\triangle FDA$ 的面積分別為 12, 16 及 40。

試問 $\triangle AEF$ 的面積為何？ (15%)



3. 在空間坐標系中，設 O 為原點而 A, B, C 三點的坐標分別為

$A(1, 0, 0), B(0, 1, 0), C(0, 0, 1)$ 。

以線段 $\overline{OA}, \overline{OB}, \overline{OC}$ 為三邊可作出一個正立方體。此正立方體除了原點 O 之外的其他

7 個頂點中有 4 個可作出一個正四面體，亦即：此四點中兩兩的距離都相等。

(1) 試求此正四面體的四個頂點坐標。 (8%)

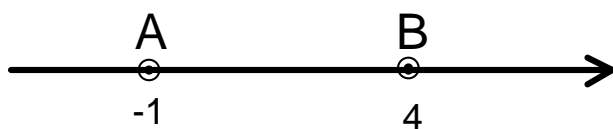
(2) 試求此正四面體的內切球面方程式。 (7%)

4. 設 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 是實係數二次多項式，而且對任何實數 x ，二次不等式 $f(x) \geq 0$ 恆成立。

證明：對任何實數 x ，二次不等式 $f(x) + f'(x) + f''(x) \geq 0$ 恆成立。 (10%)

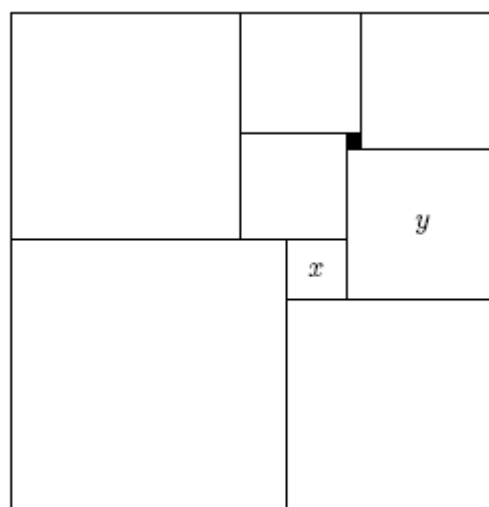
5. 設一直角三角形的斜邊長與一股長的和為 6，試求此直角三角形的面積產生最大值時的各邊長。（10%）

6. 設 A 與 B 是數線上兩個點，它們的坐標分別是 -1 與 4，如下圖所示



已知 P 是數線上的動點，而且滿足到 A, B 兩點的距離乘積小於 6，即 $\overline{PA} \times \overline{PB} < 6$ ，求動點 P 的所有可能範圍。（10%）

7. 將 9 塊大小不等的正方形拼成一塊長方形，如右圖所示。其中黑色正方形的邊長為 1，而 x 與 y 代表所在正方形的邊長。



(1) 求 x 與 y 的值。（5%）

(2) 求長方形的長與寬。（5%）

8. 設 n 為正整數，三次多項式 $f(x) = nx^3 - (n+1)x^2 + x - 1$

已知三次方程式 $f(x) = 0$ 恰有一實數根，並令此實數根為 x_n 。

(1) 求函數值 $f(1 + \frac{1}{n}) = ?$ （5%）

(2) 證明 $1 < x_n < 1 + \frac{1}{n}$ （5%）

(3) 求數列 $\langle x_n \rangle$ 的極限，即 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = ?$ （5%）

【試題結束】