

# 國立屏東女子高級中學 101 學年度教師甄試 數學科 試題

## 第一部分、填充題(每題 4 分，共計 56 分)

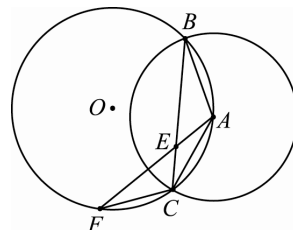
【說明】：請將答案依照題號書寫於答案卷的第一面，不需計算過程。

1. 在  $\triangle ABC$  中， $\angle A, \angle B, \angle C$  所對的邊分別為  $a, b, c$ ，若已知  $c = 20$ ， $\frac{\cos A}{\cos B} = \frac{b}{a} = \frac{4}{3}$ ，則  $\triangle ABC$  面積為何？

2. 如圖，設兩圓以  $O$  點及  $A$  點為圓心，且  $A$  點在另一圓之圓周上，

兩圓相交於  $B, C$  兩點；設  $F$  點在以  $O$  為圓心之圓上， $\overline{AF}$  與  $\overline{BC}$

相交於  $E$  點。已知  $\overline{AE} = 1$ ， $\overline{EF} = 3$ ，求  $\overline{AB}$ 。



3. 設一直角三角形的斜邊長與一股長的和為 6，試求此直角三角形的面積產生最大值時的各邊長。

4. 設  $f(x)$  為三次多項式，且  $f(1999) = 1$ ， $f(2000) = 9$ ， $f(2001) = 8$ ， $f(2002) = 5$ ，則  $f(2003)$  之值為何？

5. 已知公比大於 1 的等比數列  $\{a_n\}$ ，其前  $n$  項和為  $S_n$ ，且  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{5^n} = \frac{1}{2}$ ，則此數列第 3 項  $a_3$  之值為何？

6. 一個正  $n$  邊形，其頂點  $A_1, A_2, \dots, A_n$  皆落在單位圓  $C$  上，若點  $P(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$  為坐標平面上一點，

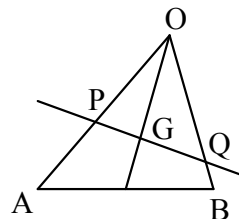
$$\text{則 } \left| \sum_{k=1}^n \overrightarrow{PA_k} \right| = ?$$

7. 甲要走樓梯上樓，樓梯共有 11 階。若每步僅跨一或二階，且第 7 階因堆滿雜物必須直接跨過，則甲上樓共有多少種走法？

8. 設  $a > 0$ ， $O(0, 0)$  為原點。在拋物線  $ay = a^2 - x^2$  上取一點  $P(s, t)$ ， $s > 0$ 。過  $P$  點作拋物線之切線交  $x$  軸， $y$  軸於  $Q, R$  兩點。當  $P$  點變動時，求  $\triangle OQR$  面積的最小值。

9. 設  $G$  為  $\triangle OAB$  的重心  $G$ ，過  $G$  的直線與  $\overline{OA}$ 、 $\overline{OB}$  交於  $P, Q$  點(如右圖)，

若  $\overline{OP} = h\overline{OA}$ ， $\overline{OQ} = k\overline{OB}$ ，且  $\frac{\triangle OPQ \text{ 面積}}{\triangle OAB \text{ 面積}} = \frac{9}{20}$ ，則  $h^2 + k^2$  之值 = ?



10. 若 P、A、B 分別為橢圓  $\Gamma: \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ 、圓  $C_1: (x-3)^2 + y^2 = 1$ 、圓  $C_2: (x+3)^2 + y^2 = 2$  上的任一  
點，則  $\overline{PA} + \overline{PB}$  的最小值為何？
11. 若曲線  $y = 2x - x^2$  與  $x$  軸所圍部分面積被直線  $y = mx$  二等分，則實數  $m$  之值為何？
12. 已知方程式  $\sin^2 x - (2a+1)\cos x - a^2 = 0$  有實數解，則實數  $a$  的範圍為何？
13. 已知函數  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}ax^2 + bx$  在區間  $[-1, 1)$ 、 $(1, 3]$  內各有一個極值點，求  $a^2 - 4b$  的最大值。
14. 設函數  $f(x)$  滿足： $af(x) + bf(\frac{1}{x}) = \frac{c}{x}$  (其中  $a, b, c$  均為常數，且  $|a| \neq |b|$ )，則  $f'(x) = ?$

## 國立屏東女中 教師甄試 數學科試題卷 填充題簡答

### 第一部分、填充題(每題 4 分，共計 56 分)

1. 96      2. 2      3.  $2, 2\sqrt{3}, 4$       4. 7      5. 50      6.  $n$       7. 39
8.  $\frac{4\sqrt{3}}{9}a^2$       9.  $\frac{369}{400}$       10.  $9 - \sqrt{2}$       11.  $2 - \sqrt[3]{4}$       12.  $-\frac{5}{4} \leq a \leq 1 + \sqrt{2}$
13. 16      14.  $-\frac{c}{a^2 - b^2}(\frac{a}{x^2} + b)$