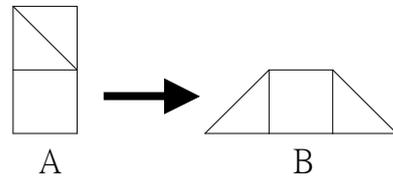


金門縣 97 學年度國民中學正式教師暨代理代課教師甄試筆試

數學領域

1. 如圖，將長方形 A 分成三個部分

再拼成新圖形 B。



試問有關周長的敘述下列何者為真？

- (A) 圖形 A 周長較長 (B) 圖形 B 周長較長
(C) 圖形 A 和圖形 B 周長一樣長 (D) 無法判斷。

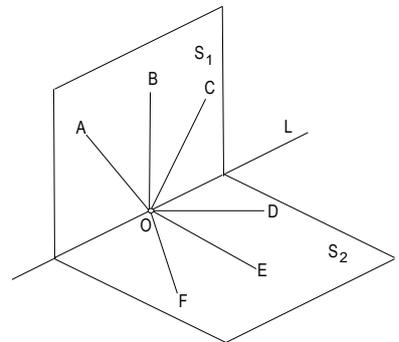
2. 如圖，平面 S_1 為垂直於地板的一面牆，

平面 S_2 為平坦的地板，其中 A、B、C 是牆上的點，

D、E、F 是地板上的點， $\overline{OB} \perp \overline{OL}$ 且 $\overline{OE} \perp \overline{OL}$ 。

試問下列哪個角度最小？

- (A) $\angle BOD$ (B) $\angle COE$ (C) $\angle AOF$ (D) $\angle AOE$



3. 小馬在慢跑後，買了一瓶礦泉水（高 17cm），喝了幾口後放在桌上，小量量出瓶中水面高度為 7cm，若將瓶子倒立，瓶中水面高度為 11cm，請問小馬哥喝了多少水？

- (A) 超過半瓶 (B) 不到半瓶 (C) 剛好半瓶 (D) 無法判斷。

4. 給定長為 a 、寬為 b 的矩形 ($a > b$)。將 a 增加 10%， b 減少 10%，得到矩形甲；將 a 減少 10%， b 增加 10%，得到矩形乙。

試問下列敘述何者為真？

- (A) 甲周長比較大 (B) 乙周長比較大 (C) 甲面積比較大
(D) 乙面積比較大

5. 有一張長方形的紙張，黏接兩短邊構成圓柱體甲的側表面，黏接兩長邊構成圓柱體乙的側表面。試問下列敘述何者為真？

- (A) 甲的側表面積比較大 (B) 乙的側表面積比較大
(C) 甲和乙的體積一樣大 (D) 甲的體積較大

6. 已知矩形紙張和平行四邊形紙張是等底等高，黏接矩形紙張左右兩側構成圓柱甲的側表面；黏接平行四邊形紙張左右兩側構成圓柱乙的側表面；那麼下列有關兩圓柱體的敘述何者為真？

- (A) 形狀不同、體積不等 (B) 形狀不同、但體積相等
 (C) 形狀相同、體積相等 (D) 形狀相同、體積不相等

7、甲每 2.5 小時走 9 公里，乙每 10 分鐘走 630 公尺，則甲的速率與乙的速率比是

- (A) 21 : 20 (B) 20 : 21 (C) 6 : 7 (D) 以上皆非

8、有一個二位數等於其個位數字與十位數字和的 2 倍，若將十位數字與個位數字交換，則新數比原數大 63，則原數的個位數字為

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 以上皆非

9、 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A = 80^\circ$ ，且 $\angle B$ 和 $\angle C$ 的角平分線相交於 I 點，則 $\angle BIC =$

- (A) 80° (B) 100° (C) 130° (D) 140°

10、一個五邊形中最多有幾個內角是銳角？

- (A) 1 個 (B) 2 個 (C) 3 個 (D) 4 個

11、坐標平面上有兩點 $A(-1, 2)$ 、 $B(5, 6)$ ， P 點在 x 軸上。當 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2$

有最小值時， P 點的 x 坐標的整數部分為

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

12、設 $ABCD$ 為一平行四邊形，其中 $\angle B = 30^\circ$ ，且其周長為 30 公分。

$\square ABCD$ 面積的最大值的整數部分為

- (A) 28 (B) 30 (C) 32 (D) 34

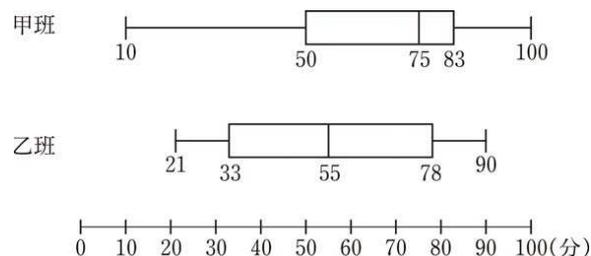
13、有 15 位遊客在金門國家公園民俗文化村參觀，他們的年齡之次數分配表如下：

年齡(歲)	8	12	33	24	60	65
人數(人)	3	a	1	b	1	1

已知這群遊客年齡的中位數是 33 歲，試問這群遊客年齡的眾數是多少歲？

- (A) 8 (B) 12 (C) 24 (D) 33

14、假設甲、乙二班某次數學測驗成績(單位：分)的盒狀圖如下：



試問下列何者為真？

- (A) 甲班成績的四分位距較大
- (B) 甲班成績較高的前百分之二十五的成績較集中
- (C) 乙班沒有人的成績超過 95 分
- (D) 甲班一定有人的成績是 75 分

15、投擲一粒公正的骰子兩次。

試問第一次的點數大於 4 點，且第二次的點數小於 4 點的機率。

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{1}{12}$ (D) $\frac{1}{18}$

16、方格紙的每個方格邊長皆為 1 單位。以格子點為頂點畫正方形，試問下列選
項中，哪個量不可能為格子正方形的面積？

- (A) 5 (B) 33 (C) 85 (D) 121

17、下列哪一選項的角度，可利用尺規作圖作出？

- (A) 20° (B) 21° (C) 22° (D) 23°

18、 $\triangle ABC$ 中， $\angle ABC=120^\circ$ ， $\overline{AB}=3$ 且 $\overline{BC}=4$ 。若從 A 作 \overline{AB} 的垂線與從 C 作 \overline{BC}
的垂線相交於 D 點，則 $\overline{CD} =$

- (A) 3 (B) 5 (C) $\frac{8}{\sqrt{3}}$ (D) $\frac{10}{\sqrt{3}}$

19、多項式 $P(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$ 的函數圖形與 x 軸有 4 個不同的交點，其
中一個為 $(0, 0)$ ，試問下列哪個係數不可能為 0？

- (A) a (B) b (C) c (D) d

20、「我問開店李三公，眾客都來到店中。一房七客多七客，一房九客一房空。」
試問李三公的旅店，那天來了多少位客人？

- (A) 54 (B) 60 (C) 62 (D) 63

21、把邊長 4 吋的正方形紙張從中間對折，形成兩層的矩形紙張，再沿著平行於折
線的一半處把兩層紙用剪刀剪開，得三個新的矩形，一大二小。試問其中一
個小矩形周長與大矩形周長的比值為何？

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{3}{4}$ (C) $\frac{4}{5}$ (D) $\frac{5}{6}$

22、數列 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55... 的排列規律是：前兩個數是 1，從第三個數開始，每一個數都是前兩個數之和。試問在此數列的前 2008 個數中，共有多少個偶數？

- (A) 667 (B) 668 (C) 669 (D) 670

23、在密碼學中，對於英文，人們將 26 個字母按順序分別對應整數 0 到 25。現有 4 個字母構成的密碼單詞，記 4 個字母對應的數位分別為 x_1, x_2, x_3, x_4 。已知：整數 $x_1 + 2x_2, 3x_2, x_3 + 2x_4, 3x_4$ 除以 26 的餘數分別為 9, 16, 23, 12。則密碼的單詞是_____。

- (A) WISH (B) HOPE (C) BACK (D) 以上皆非

24、根據下面資訊：

『蘇東坡生於 1037 年，活了 66 歲。《赤壁賦》開頭幾句就是：壬戌之秋，七月既望，已知 1982 年是干支紀年法的壬戌年。』

試推算蘇東坡是哪一年寫《赤壁賦》？

- (A) 1022 (B) 1080 (C) 1082 (D) 1142

25、格子點是指在座標平面上，其 x, y 座標均為整數的點。試問在 (3,17) 和 (48,281) 的連線段(含端點)上共有多少個格子點？

- (A) 4 (B) 6 (C) 8 (D) 16

26、下列的加法算式有誤，將算式中所有的數字 m 換為某一數字 n 後可使其正確。試問 $m+n$ 的值為

$$\begin{array}{r} 742586 \\ + 829430 \\ \hline 1212016 \end{array}$$

- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 以上皆非

27、若 $x^2 + y^2 = 12x + 8y - 27$ ，則 $3x + 4y$ 之最大值為_____。

- (A) 59 (B) 60 (C) 61 (D) 以上皆非

28、已知 n 為一正整數且 $\frac{n}{30-n}$ 為一整數的完全平方，試問 n 有多少種可能？

- (A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 6

29、已知三角形的三個高分別為 12, 15 及 20，試問此三角形的最大內角是多少？

- (A) 75° (B) 90° (C) 108° (D) 120°

30、某山路共長 6 公里，甲上山每小時走 3 公里，下山每小時走 5 公里；乙上山每小時走 4 公里，下山每小時走 6 公里。乙早 10 分鐘出發，試問他們相遇之點距離山頂多少公里？

- (A) $\frac{3}{2}$ (B) $\frac{4}{3}$ (C) $\frac{7}{6}$ (D) 以上皆非

31、已知直線 $x-3y+11=0$ 對 x 軸的對稱直線為 $y=mx+b$ ，則 $m+b$ 之值為

- (A) -6 (B) -5 (C) -4 (D) 以上皆非

32、數列 $a_1=1, a_2=3, a_{n+1}=|a_n|-a_{n-1}$ 的第 2008 項為

- (A) 1 (B) 2 (C) -1 (D) 以上皆非

33、已知某一年的 7 月有 5 天為星期二，則星期_____必會在此年的 8 月出現 5 天。

- (A) 一 (B) 三 (C) 五 (D) 日

34、設 m 與 b 均為實數，且 $m \cdot b > 0$ ，則滿足這些條件的直線 $y=mx+b$ 不可能 通過下列哪個點？

- (A) (0,2008) (B) (0,-2008) (C) (-2008, 0) (D) (2008, 0)

35、設正四面體 ABCD 的四個頂點到一平面的距離均相等，試問這種平面共有多少個？

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

36、方程式 $\Gamma: 13x^2 - 18xy + 37y^2 + 2x + 14y - 11 = 0$ 之圖形為下列何者？

- (A) 橢圓 (B) 雙曲線 (C) 相交之二直線 (D) 拋物線

37、空間有一光源位於 $(0, 2, 2)$ ，將 xz 平面上的圓：

$$x^2 + (z-1)^2 = 1, y = 0$$

照射在 xy 平面上，則這個圓的影像為。

- (A) 圓 (B) 拋物線 (C) 橢圓 (D) 雙曲線

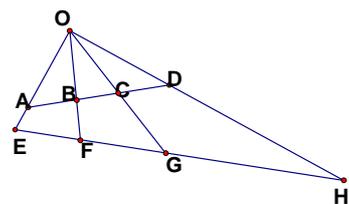
38、方程式 $4x^2 - 3y^2 + 4z^2 - 12 = 0$ 在空間中所表徵的曲面為

- (A) 鞍面 (B) 拋物旋轉面 (C) 單葉的雙曲旋轉面 (D) 雙葉的雙曲旋轉面

39、如圖 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = 1$ ， $\overline{EF} = 2$ 、 $\overline{FG} = 3$

則 $\overline{GH} =$

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 以上皆非



40、歌訣：「三人同行七十稀，五樹梅花廿一支，七子團圓月正半，除百零五便得知。」指出韓信點兵問題：「三三一數餘2，五五一數餘3，七七一數餘2，

試問韓信最少帶多少個兵？」解決之道。

若韓信點兵問題中「三三一數」改為「四四一數」，試問歌訣中所出現的關鍵數字70應改為下列何數？

- (A) 35 (B) 56 (C) 105 (D) 140

41、設3階方陣 A, B, C 滿足 $ABC=I$ ，其中 I 為3階單位方陣，則下列何者為真？

- (A) $ACB=I$ (B) $CBA=I$ (C) $BAC=I$ (D) $BCA=I$

42、設 A 為三階方陣且 A 的行列式值為 -2 ， A^T 為 A 的轉置矩陣，則方陣 $3A^T A$ 的行列式值為

- (A) -108 (B) -12 (C) 12 (D) 108

43、設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -1 \end{bmatrix}$ ，若 $A^n = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ，則 n 可為下列何數？

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

44、如果方程組 $\begin{cases} x_1 - x_2 = \alpha \\ x_2 - x_3 = 2\alpha \\ x_1 - x_3 = 1 \end{cases}$ 有解，則 α 之值為

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $-\frac{1}{3}$ (D) -1

45、試問當參數 λ 為下列何值時，對於任意不全為0的 x_1, x_2, x_3 ，代數式

$2x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 + 2\lambda x_1 x_2 + 2x_1 x_3$ 的值恆為正數。

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 5

46、設 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x > 1 \\ 2 & x = 1 \\ 3x - 1 & x < 1 \end{cases}$ 則下列何者不真？

- (A) $f'(1) = 0$ (B) $f'(2) = 4$ (C) $f'(0) = 3$ (D) $f'(1)$ 不存在

47、設 $f(x) = x^6 |x|$ ，則使得 $f^{(n)}(0)$ 存在的最大正整數 n 為

- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 以上皆非

48、已知 $y=f(x)$ 為可逆函數且在 $(1,2)$ 點的切線方程式為 $(y-2)=5(x-1)$ ，
那麼 $(f^{-1})'(2) = ?$

- (A) 5 (B) -5 (C) $\frac{1}{5}$ (D) $-\frac{1}{5}$

49、曲線 $x^3 + y^3 = 4xy + 1$ 在 $(2, 1)$ 點的切線斜率為

- (A) 不存在 (B) $\frac{6}{5}$ (C) $\frac{7}{5}$ (D) $\frac{8}{5}$

50、有關函數 $f(x)=x^2-1-x\cos x+\sin x$ 的敘述下列何者真？

- (A) $x>0$ 時 f 是遞減的
 (B) $x<0$ 時 f 是遞增的
 (C) 直線 $y=x-1$ 切 $y=f(x)$ 於 $(0,-1)$ 點
 (D) f 至多有兩個相異實根

金門縣 97 學年度國民中學正式教師暨代理代課教師甄試筆試

數學領域答案卷

一、選擇題

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	C	B	A	D	C	B	C	C	C	B	A	C	C	A	B	B	D	C	D
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
D	C	B	C	A	C	A	C	B	B	C	A	C	D	C	A	B	C	C	C
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50										
D	D	D	B	A	A	B	C	D	D										

97 金門縣略解

- [國二]周長： $A=6$ ， $B=4+2\sqrt{2}$ 。
- [高二]只有(C)不是 90 度。
- [益智題]正倒立長度加起來超過瓶身高度，則必然超過半罐。
- [國二]抄的開始。96 師大附中的題目，甲周長較大，面積相等。
- [國二]抄的變形。甲體積較大，表面積相等。
- [國二]抄的結束。96 師大附中的題目，形狀相同，體積相等。
- [國一]甲時速 3.6 公里，乙時速 3.78 公里。甲：乙 = 20 : 21。
- [國一]設個位數字為 x ，十位數字為 y 。按題意得

$$\begin{cases} 10y + x = 2(x + y) \\ (10x + y) - (10y + x) = 63 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 1 \end{cases}$$

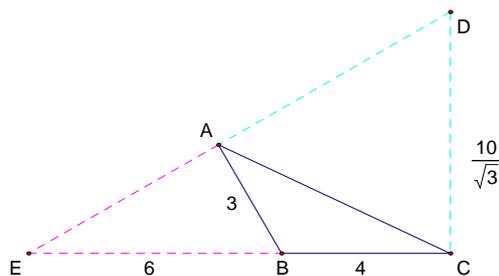
- [國三]課本有公式， $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A = 130^\circ$
- [國二]老梗，等價於外角最多有幾個鈍角，所以是三個。
- [國三]令 $P(x,0)$ ，則 $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 = (x+1)^2 + 2^2 + (x-5)^2 + 6^2 = 2(x-2)^2 + 52$
最小值發生在 $x=2$ 。
- [高一]設 $\overline{AB} = x$ ，則 $\overline{BC} = 15 - x$ ，

$$ABCD \text{ 面積} = x(15-x)\sin 30^\circ = -\frac{1}{2}\left(x - \frac{15}{2}\right)^2 + \frac{225}{8} \leq \frac{225}{8} = 28.125$$

- [國三]易求出 $a=4, b=5$ ，故眾數為 24。
- [國三](A)四分位距，甲 = 33，乙 = 45(B)甲分布在 15 分，乙分布在 12 分(C)對，B 的最大值為 90(D)未必。
- [國三] $\frac{2}{6} \times \frac{3}{6} = \frac{1}{6}$

- [國二]等價於 $a^2 + b^2$ 無法等於哪個數字。 $5 = 2^2 + 1^2, 85 = 9^2 + 2^2, 121 = 11^2 + 0^2$
- [國二]還是那句話，只能做出 3 的整數倍角度。選(B)
- [國二]如右下圖。補圖案就行了。
- [高一]還是考古題， $c=0$ 會有重根。
- [國一]顯然房客數目會是 7 的倍數，選(D)。
- [國二]大矩形周長為 12，小矩形周長為 10。
- [國二]費氏數列，每三個會出現一個偶數，

$$\text{所以 } \left[\frac{2008}{3} \right] = 669$$



23. [國一] $3x_4 \equiv 12 \pmod{26} \Rightarrow x_4 \equiv 4 \pmod{26} \Rightarrow x_4 \rightarrow E$
24. [國一] $1037 < x < 1037 + 66$ ，又 $60 \mid (1982 - x)$ ，滿足條件的為 1082。
25. [很難的國一] $(48 - 3, 281 - 17) = 3$ ，表示從(3,17)到(48,281)只能三等分，也就只能加進去兩個等分點。故加兩端點，共有四個格子點。
26. [益智題]後四位的加法都沒問題，但第五位出了問題，表示 4 或 2 有一個有問題，4 改成 8，會造成後面原本正確的發生錯誤。2 改成 6 則一切 ok。
27. [高二]把方程式改寫成圓的標準方程， $(x - 6)^2 + (y - 4)^2 = 5^2$ ，可先算出 $3x + 4y$ 通過圓心的值為 34，再加上圓心到發生極大值的直線，距離必為半徑 5，故可算出 $3x + 4y$ 的極大值為 $34 + 25$ 。本質上跟用三角函數再去疊合沒兩樣。
28. [高一]用 30 的正因數代進去檢查比較快，可以找到 3, 6, 15 這三個。不然就要去找出 $30 = n(a^2 + 1)$ 的可能解，本質上都一樣。
29. [國二]反過來說，三邊比就會是 5:4:3，直角三角形。
30. [國一]乙走到山頂，需要 90 分鐘，但先跑了 10 分鐘，所以 80 分鐘後，乙在山頂。而甲走到山頂，需要 120 分鐘，所以 80 分鐘後，他仍然在山腰上，且距離山頂有 2 公里。此時就等於甲上山與乙下山合走 2 公里，在何處相遇，因為乙下山是甲上山速率的兩倍，所以會走甲兩倍的距離，換句話說乙下山會走到距離山頂 $\frac{4}{3}$ 公里的地方與甲相遇。
31. [高三]對 x 軸對稱，表示用(x,-y)代入原方程即可。故 $x - 3(-y) + 11 = 0$

$$y = -\frac{1}{3}x - \frac{11}{3} \Rightarrow m + b = -4$$
32. [高一]還是一樣遞迴，我的芭樂招還是寫到出現循環。就可以發現每九個一循環。故 $a_{2008} = a_1 = 1$ 。
33. [國一]月曆題， $31 = 4 \times 7 + 3$ ，所以八月禮拜五必然會出現五天。
34. [國一] $y = mx + b \Rightarrow x = \frac{y}{m} - \frac{b}{m} \Rightarrow y = 0$ 時， $x = -\frac{b}{m} < 0$
35. [高二]這一整個難啊，需要空間想像力，第一種狀況：這個平面把四個頂點分成(1,3)，共有 4 個。第二種狀況：這個平面把四個頂點分成(2,2)，共有 3 個。
36. [高三]很舊的教材有教， $\lambda = (-18)^2 - 4 \times 13 \times 37 < 0$ ，所以是橢圓。
37. [高二]這題我想像很久，放棄。抄 thepiano 老師的說法，只有上半圓會在 XY 平面上投射出影像，且由於光源高度的關係，所以形成的影像是拋物線。
38. [微積分—多變數函數]xy 的軌跡是橢圓，yz 與 zx 的軌跡都是雙曲線，所以呢，組合起來會像發胖的扯鈴。稱為單葉雙曲面。
39. [國三]這一題要先延長 \overline{AD} 與 \overline{EH} ，相交後再連做三次孟氏定理。計算量很大，建議放棄。
40. [國一]還是抄的，96 師大附中的題目，中國餘數定理。原本此數為 $2 \times 5 \times 7 + 3 \times 3 \times 7 + 2 \times 3 \times 5 = 163 = 105n + 58$ ，而 $3 \times 5 \times 7 = 4 \times 26 + 1$

底下繼續抄 thepiano 老師的說法。

題目中的那首歌訣是有人寫來記住 70, 21, 15, 105 這些數字的，而是這些數字怎麼來的呢？

$$105 = [3, 5, 7]$$

70 是 5 和 7 的公倍數中除以 3 餘 1 的第 1 個

21 是 3 和 7 的公倍數中除以 5 餘 1 的第 1 個

15 是 3 和 5 的公倍數中除以 7 餘 1 的第 1 個

$$\text{如果 "三三一數" 改成 "四四一數", } x = 2 * 105 + 3 * 56 + 2 * 120 - 3 * 140 = 58$$

$$140 = [4, 5, 7]$$

105 是 5 和 7 的公倍數中除以 4 餘 1 的第 1 個

56 是 4 和 7 的公倍數中除以 5 餘 1 的第 1 個

120 是 4 和 5 的公倍數中除以 7 餘 1 的第 1 個

41. [線代]可以轉，但是 $ABC = BCA = CAB = I, ACB = CBA = BAC = -I$
42. [線代] $\det(3A^T A) = 3^3 \times \det(A^T) \times \det(A) = 108$
43. [線代]慢慢乘可得到 $A^6 = I$ 。
44. [線代]其實也不用那麼麻煩，把第一式加上第二式再跟第三式比較係數，就可以得到 $3\alpha = 1$ 。
45. [高一]強制配方。原式 $= (x_1 + x_3)^2 + 2x_3^2 + (x_1 + x_2)^2 + 2x_1x_2(\lambda - 1) > 0$ ，
則 $\lambda - 1 = 0$ 時，原式必大於 0。
46. [微積分]在 $x=1$ 附近，左極限不等於右極限，所以 $f'(1)$ 不存在。
47. [微積分]類似上題，因為 $f^6(x) = 6|x|$ 不可微，所以 6 次。
48. [微積分—反函數]令 $f^{-1}(f(x)) = x$ ，則 $(f^{-1})'(f(x)) \cdot f'(x) = 1$
又 $f'(1) = 5$ ，故 $(f^{-1})'(2) \times f'(1) = 1 \Rightarrow (f^{-1})'(2) = \frac{1}{5}$
49. [微積分—多變數函數] $\frac{dy}{dx} = -\frac{\partial x}{\partial y} = -\frac{3x^2 - 4y}{3y^2 - 4x}$ ，將(2,1)代入可得 $\frac{8}{5}$
50. [微積分—微分應用](A)(B)剛好講顛倒，(C) $f'(0) = 0 \neq 1$ (D)正確