

97 桃園縣略解

1. [國三]全距為 13，中位數為 8。
2. [高一]設 $\overline{AB} = \overline{AC} = 2, \overline{BC} = 2\sqrt{2}, \overline{CD} = 1, \overline{BD} = \sqrt{5} \Rightarrow \cos \angle DBC = \frac{3}{\sqrt{10}}$
 $\Rightarrow \sin \angle DBC = \frac{1}{\sqrt{10}}$
3. [國小]1~8 總和為 36，分為上下兩組則數字和各為 18。
4. [高一]其實看數字就知道在講輾轉相除法，所以是最大公因數。
5. [國三] $\frac{5}{9} \times \frac{5}{9} \times \frac{4}{9} \times 3 = \frac{100}{243}$
6. [高二]正五邊形數量：正六邊形數量 = 12 : 20 = 3 : 5。
7. [國小]現在時間兩針相差 174 度，每分鐘會追上 5.5 度，所以 $\frac{174}{5.5} = \frac{348}{11}$ 。
8. [高二] $V = \frac{1}{3}Ah = \frac{1}{3} \times (\frac{1}{2} \times 1 \times 1) \times 1 = \frac{1}{6}$
9. [高一]應該是 $10^{1.5}$
10. [國一]值為最小，表 x 在 -6,1 之間，故符合的點為 -6~1，和為 -20。
11. [高一]易得 $\begin{cases} a+b=3 \\ ab=-1 \end{cases} \Rightarrow a, b \text{ 為 } x^2 - 3x - 1 = 0 \text{ 的兩根} \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$
 $\Rightarrow \sqrt{\frac{a}{b}} + \sqrt{\frac{b}{a}} = \sqrt{13}i$
12. [高一]用高斯公式： $[\frac{400}{4}] - [\frac{400}{8}] - [\frac{400}{20}] + [\frac{400}{40}] = 40$
13. [高一] $a = \frac{16^2 \times 17^2}{4} = 64 \times 289 \equiv 1 \times 1 \pmod{9}$
14. [高二] $180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$ ， $H_2^3 \cdot H_2^3 \cdot H_1^3 = C_2^4 \cdot C_2^4 \cdot C_1^3 = 108$
15. [微積分－微分應用]切線斜率： $\frac{dy}{dx}\bigg|_{(-2,1)} = -\frac{\partial x}{\partial y}\bigg|_{(-2,1)} = -\frac{\frac{x}{2}}{2y}\bigg|_{(-2,1)} = \frac{1}{2} = \frac{a}{2}$
 $\Rightarrow a = 1 \Rightarrow x - 2y + c = 0$ ，將 $(-2,1)$ 代入求出 $c=4$ 。
16. [高二]利用物理的合力為 0 的概念來做，經平移後三向量可形成一封閉的三角形。其中 $|\overrightarrow{OA}|, |\overrightarrow{OB}|$ 所形成的夾角餘弦值為 $\frac{1}{2} \Rightarrow$ 夾角為 $60^\circ \Rightarrow$ 平移前 120°
17. [高一]原式 = $\frac{7260}{n}$ ，7260 有 36 個正因數。
18. [國一]這 9 個質數的和，恰為 100。慢慢列表可以找出只有分子為 2+23, 2+3 這兩組符合條件。

19. [微積分－極限]原式 $= \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x} \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{\sin \sqrt{x}} = 0 \times 1 = 0$

20. [微積分] $\int_0^1 (x-d)^2 \cdot 2x dx = d^2 - \frac{4}{3}d + \frac{1}{4} \Rightarrow d = \frac{2}{3}$ 有最小值

21. [高一]堆垛題，各層為三角形數，和的公式為 $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ ，n 代 24，可得結果為 2640。

22. [微積分] $\int_a^x f(t) dt = x^2 + 2x - (a^2 + 2a) \Rightarrow a^2 + 2a - 3 = 0$, 兩根和為 -2

23. [微積分]先用微積分第二定理，再用羅必達。

$$\text{原式} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x^2} - e^1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} e^{x^2} \cdot 2x = 2e$$

24. [微積分] $f'(2) = \frac{(2-1)(2-4)(2-5)}{(2-3)} = -6$

25. [線代] $A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \Rightarrow$ 表一逆時針旋轉120度的矩陣 $\Rightarrow A^3 + A^2 + A = 0$

且 $A^3 = I$ ，所求 $= A + A^2 = -A^3 = -I = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow a + b + c + d = -2$