

基隆市 94 學年度市立國民中學教師聯合甄選數學科試題

一、選擇題：請依照題意從四個選項中選出一個正確或最佳的答案(共 40 題)

1. 設方程 $x^2+(2004n+1)x+4n=0$ (n 為整數) 有兩個整數根，則這兩根
(A) 都是奇數 (B) 都是偶數 (C) 一奇一偶 (D) 無法判斷
2. 已知 a, b, c, d, e, f 均為 1 或 -1 ，且滿足 $ab+bc+cd+de+ef+fa=0$ ，則可能的數組 (a, b, c, d, e, f) 共有幾組？
(A) 0 組 (B) 1 組 (C) 2 組 (D) 3 組以上
3. A, B, C, D 四人猜拳，若每個人出剪刀，石頭，布的機會相等，則猜拳一次，恰有一人為勝的機率為
(A) $\frac{4}{9}$ (B) $\frac{4}{18}$ (C) $\frac{4}{27}$ (D) $\frac{4}{81}$
4. 給定三次曲線 $\Gamma: y=x^3$ ，若 Γ 上有 n 個點同時在一直線上，則 n 之最大值為
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
5. 若 x, y 均為正整數，且滿足 $x^2+y^2=2007$ ，則可能的數對 (x, y) 共有幾組？
(A) 0 組 (B) 1 組 (C) 2 組 (D) 3 組以上
6. 若正整數 a 滿足： $a/2$ 是平方數， $a/3$ 是立方數。又設正整數 m 滿足： 2^m 整除 a ，則當 a 有最小值時，此時 m 的最大值為
(A) 1 (B) 3 (C) 5 (D) 7
7. 給定平面上三個點 A, B, C。設 A 到 B 的直線距離為 23，B 到 C 的直線距離為 38，則 A 到 C 的直線距離不可能為
(A) 44 (B) 34 (C) 24 (D) 14
8. 設 a, b, c 是正整數，且 $a+b+c$ 是 3 的倍數，則當 n 為多少時， $a^n+b^n+c^n$ 亦是 3 的倍數？
(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 以上皆是
9. 設有兩輛火車 A 與 B，A 由五堵發車至基隆，B 由基隆發車至五堵，A 與 B 同時相向發車(兩車均以等速率前進)，經 12 分鐘後，兩車在八堵站相遇，再經 8 分鐘後 B 車就到五堵，試問：B 車到達五堵後，再經幾分鐘後，A 車可以抵達基隆？

(A) 8 (B) 10 (C) 12 (B) 14

10. 已知正整數 n 減去 48 所得的差是一個整數的平方，當 n 加上 41 所得的和是另一個整數的平方，則 $n-48$ 有幾個質因數？

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

11. 考慮右列這 2005 個數： $1 \times 2005, 2 \times 2004, 3 \times 2003, \dots, 2005 \times 1$ ，則最大一個數的平方根為：

(A) 1002 (B) 1003 (C) 1004 (D) 1005

12. 一個整數的平方稱為完全平方數。若 n 是一個完全平方數，則它的下一個完全平方數是

(A) $n+1$ (B) n^2+1 (C) n^2+2n+1 (D) $n^2+2\sqrt{n}+1$

13. 三條直線最多將一長方形的內部分割為幾個區域？

(A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9

14. 設 m 為整數，且 $4 < m < 24$ ，若方程 $x^2 - 2(2m-3)x + 4m^2 - 14m + 8 = 0$ 有兩個整數根，則 m 為

(A) 6 (B) 8 (C) 10 (D) 12

15. 若正整數 n 使得 $2^n - 1$ 是某一整數的平方，則 n 為

(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 以上皆非

16. 下列何者正確？

(A) 3 的倍數的正整數個數比 6 的倍數的正整數個數多

(B) 6 的倍數的正整數個數比 3 的倍數的正整數個數多

(C) 正整數的個數比整數的個數多

(D) 以上皆非

17. 若恰有 35 個連續自然數的平方根的整數部分均相同，則這個相同整數為

(A) 16 (B) 17 (C) 18 (D) 19

18. 擲三個公正的骰子一次，若所擲三個骰子點數和小於 5 的機率為 $\frac{p}{216}$ ，則 p 為

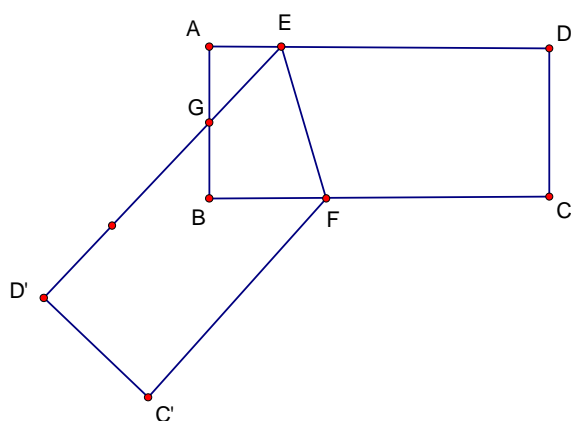
(A) 4 (B) 8 (C) 12 (D) 24

19. 設 $0.\overline{9}=0.999\cdots$ ，則 $0.\overline{9}\times\sqrt{2}$ 之值為

- (A) $\sqrt{2}$ (B) 比 $\sqrt{2}$ 小 (C) 比 $\sqrt{2}$ 大 (D) 1.414

20. 如圖，將長方形 ABCD 沿 EF 折疊，若 $\angle EFB=75^\circ$ ，則 $\angle AEG=?$

- (A) 20° (B) 30° (C) 40° (D) 50°



21. 把四條長度同為 1 公尺的繩子分別圍成正三角形，正方形，正五邊形和正六邊形，則

- (A) 正三角形的面積最大 (B) 正方形的面積最大 (C) 正五邊形的面積最大
(D) 正六邊形的面積最大

22. 設平行四邊形的三個頂點為 $(10, 8)$ ， $(9, 7)$ ， $(8, 5)$ ，則此平行四邊形的第四個頂點在第幾象限？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

23. 設複數 $Z=A+Bi$ ($i=\sqrt{-1}$)，其中 A, B 是實數且滿足 $6A+8B=-6$ ，

則 $|A+Bi-(1+i)|$ 之最小值為

- (A) 1.5 (B) 2 (C) 2.5 (D) 3

24. 設函數 $f(x)=ax^2+bx+c$ ，其中 a, b, c ，為實數，若 $f(100)\geq f(99)$ ， $f(-100)\geq f(-99)$ ， $f(10)\leq f(9)$ ， $f(-10)\leq f(-9)$ ，且 $f(0)=2005$ ，則下列何者正確？

- (A) $f(1)>2005$ (B) $f(1)<2005$ (C) $f(1)=2005$ (D) 無法確定

25. 兩正數的乘積之正平方根稱為這兩數之幾何平均數。若 P ， Q 之幾何平均數為 17， Q ， R 之幾何平均數為 25，則下列何者正確？

- (A) $P > Q$ (B) $Q > R$ (C) $R > P$ (D) 無法確定

26. 設基隆市舉辦校際拔河比賽(共有 n 個學校)，每個學校均須與其他 $n-1$ 個學校比賽一場，每局贏者得 2 分，輸者得 0 分，平手的兩個學校各得 1 分。今有三個同學統計了比賽中全部的得分數，分別是 2001，2002，2003，則那一個分數是正確的？

- (A) 2001 (B) 2002 (C) 2003 (D) 都不正確

27. 方程 $(x^4+2x^2+7)^{2005} - 2^x = (x^4+3x^2+7)^{2005}$ 有幾個實數解？

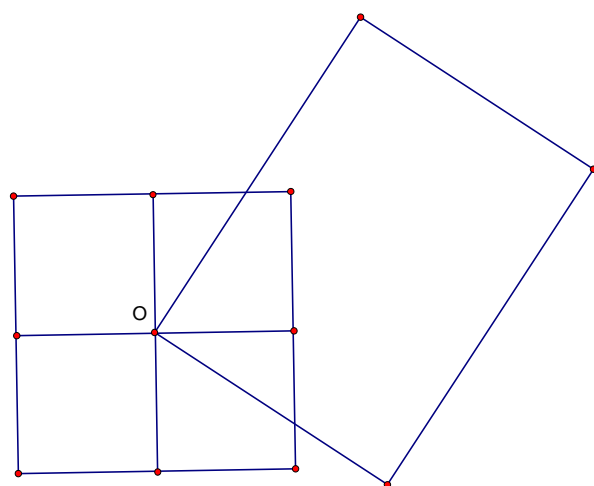
- (A) 0 (B) 3 (C) 7 (D) 2005×4

28. 若整修一座公園，15 位工人需要 12 天才能完成，如果要提早 3 天完成，則要增加幾個工人？

- (A) 20 (B) 15 (C) 10 (D) 5

29. 如圖：每邊長為 12 的正方形與兩邊長分別為 12，16 的長方形相重疊之部分的面積為(O 為正方形的中心)

- (A) 34 (B) 35 (C) 36 (D) 無法確定



30. 若函數 f 滿足：對於任意實數 x ， y ， $f(x+y)=f(x)f(y)$ 恆成立，且 $f(1)=2$ ，則 $f(10)$ 之值為

- (A) 2 (B) 20 (C) 100 (D) 1024

31. 設 θ 為實數，則 $\sqrt{(\sin\theta-3)^2 + (\cos\theta+4)^2}$ 之最大值為

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

32. 設 $S = 1^2 + 2^2 + \cdots + 2005^2$ ，則 S 的個位數字為

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7

33. 將 n 塊邊長為 1 的正方形著色版，每次取一塊或兩塊著色(取一塊時塗紅色，取兩塊時都塗綠色)後，排成一行，因取法之不同，最多可排出 a_n 種不同的圖案，則 a_5 為

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8

34. 若 $\frac{1}{1-a}$ 、 a 、 $\frac{a-1}{a}$ 三數中恰有兩數為整數，則另一數為

(A) 1 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{4}$

35. 設函數 $y=f(x)$ 滿足：對所有實數 x ， $f(3+x) = f(3-x)$ 恆成立，且方程式 $f(x)=0$ 恰有 6 個不同的實根，則這 6 個實根的和為

(A) 18 (B) 12 (C) 9 (D) 無法確定

36. 若整數 n 與質數 p ，使得 $\sqrt{p+n} + \sqrt{n}$ 是整數，可能的數對 (p, n) 有幾組？

(A) 不存在 (B) 只有一組 (C) 多於一組，但為有限組 (D) 有無窮多組

37. 若 $f(x) = x^2 + x$ ，且正整數 a, b 為方程 $4f(a) = f(b)$ 的解，則可能的正整數對 (a, b) 有幾組？

(A) 0 (B) 3 (C) 6 (D) 9

38. 若多項式 $2x^5 - 3x^4 + 7x^2 - 6x + 1 = a(x-1)^5 + b(x-1)^4 + c(x-1)^3 + d(x-1)^2 + e(x-1) + f$ ，其中 a, b, c, d, e, f 均為實數，則 $a+f = ?$

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

39. 設 n 為正整數，且 n^2 的十位數字是 7，則 n^2 的個位數字為

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6

40. 已知 $\frac{a}{b} = 5$ ，則最接近 $\frac{a+3b}{a-2b}$ 之整數為

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

基隆市 94 學年度市立國民中學教師聯合甄選數學科試題答案

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	A	C	B	A	B	D	D	B	C
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
B	D	B	D	D	D	B	A	A	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	A	B	C	C	D	A	D	C	D
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
C	B	D	B	A	D	A	C	D	B

1. [國二]兩根和為奇數，兩根積為偶數，所以一奇一偶。
2. [國二] $(a+b+c+d+e+f)^2$
 $= a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 + f^2 + 2(ab+bc+cd+de+ef+fa) = 6$
 明顯無解
3. [高二] $(\frac{1}{3})^4 \times 3 \times 4 = \frac{4}{27}$ (隨便猜，怎麼贏，誰贏)
4. [高一]設該直線為 $y=ax+b$ ，則 $x^3 - ax - b = 0$ ，就最多三個解囉。
5. [國一]整數的平方必然是 $4n$ 或 $4n+1$ 的形式，兩個整數相加不會出現 $4n+3$ 的形式。
6. [國一]按題意，可找出最小的 $a = 2^3 \times 3^4 \Rightarrow m = 3$
7. [國小]三角不等式， $15 < x < 61$ ，所以選 14。
8. [國一]這題我覺得答案有給錯，我想 $n=5$ ，但解答給 4,5,6 都可以。
9. [國一] $V_A : V_B = 2 : 3 \Rightarrow T_A : T_B = 3 : 2 = 30 : 20 \Rightarrow A$ 比 B 多十分鐘
10. [高一] $\begin{cases} n-48 = a^2 \\ n+41 = (a+1)^2 \end{cases} \Rightarrow a = 44 \Rightarrow n-48$ 有2,11兩個質因數
11. [國二]形式為： $(1003-a)(1003+a)$ 最大值為 $a=0$ ，平方根為1003
12. [國二]題目有印錯： $n+2\sqrt{n}+1$ 才對
13. [益智題] $2+2+3=7$
14. [國二]有整數根，表 D 起碼為完全平方數。
 $2^2(2m-3)^2 - 4 \times 1 \times (4m^2 - 14m + 8) = 2m+1$ 為完全平方數，所以選 12。
15. [國二]這三個數字代進去，分別是 1023,2047,4095 都不是平方數。
16. [國一]前三個都錯，大家都無窮多.....
17. [國二]換句話說 $(n+1)^2 - n^2 = 35 \Rightarrow n = 17$
18. [國三]所求就三點加四點 $= \frac{1+3}{216} \Rightarrow p = 4$
19. [觀念題] $0.\overline{9} = 1$ ，選(A)
20. [國二]這應該不難吧， 30°
21. [國二]周長相同，邊數越多的正多邊形，面積越大。
22. [國二]點一點就知道，第四個點的三個可能性都在第一象限。
23. [高二]也是被包裝過的，等於是(1,1)到 $6x+8y=6$ 的距離 $= \frac{|6+8+6|}{\sqrt{6^2+8^2}} = 2$
24. [國三]符合條件的只有水平線， $f(x) = 2005$
25. [國二] $PQ=289, QR=625, R>P$
26. [高三]理論上，每場比賽積分的期望值是 2，而共比 $n(n-1)$ 場，2001,2002,2003

都不會是 $2n(n-1)$ 的結果。

27. [高一]唬弄人的題目， $x^4 + 2x^2 + 7 < x^4 + 3x^2 + 7$ ，小減正數不會變大。所以無解。
28. [國一] $15 \times 12 = 20 \times 9$ 增加 5 個人。
29. [益智題]重疊部分挪一下就會是正方形的四分之一。也就是 36。
30. [高一]滿足的函數必然是指數函數，又 $f(1) = 2$ 故 $f(x) = 2^x$ ， $f(10) = 2^{10}$
31. [高一]等於圓心在(3,-4)半徑為 1 的圓上的點，到原點的距離極大值 $= 5+1=6$
32. [高一]套公式： $S = \frac{2005 \times 2006 \times 4011}{6} = 2005 \times 1003 \times 1337$ ，個位數 5。
33. [高二]窮舉：五紅=1，一紅二綠=3，三紅一綠=4，共 8 種。
34. [國一]若 a 是整數，則無解。故 a 為不是整數的那個數，而 $a = \frac{1}{2}$ 會使得令兩數為整數。
35. [高一]強迫因式分解的老梗，令 $k = \sqrt{p+n} + \sqrt{n}$
- $$(\sqrt{p+n} - \sqrt{n})k = (\sqrt{p+n} + \sqrt{n})(\sqrt{p+n} - \sqrt{n}) = p, \text{ 顯然 } k=p。$$
- 故 $\sqrt{p+n} - \sqrt{n} = 1, p+n = 1+2\sqrt{n}+n, p = 1+2\sqrt{n}$ 有無窮多解
36. [國三]以 $x=3$ 為對稱軸，這六實根的和就 $6 \times 3 = 18$
37. [國二]強迫因式分解的老梗，若 $4a^2 + 4a = b^2 + b \Rightarrow (4a+2b+3)(4a-2b+1) = 3$ ，在正整數中，必然無解
38. [高一]易知 $a=2$ ，令 $x=1$ ，求得 $f=1$ ，故 $a+f=3$
39. [國一]平方數必然 $4n$ 或 $4n+1$ ，73,74,75,76，只有 76 可能是平方數的尾巴，例如 576。
40. [國一]就代吧， $\frac{a+3b}{a-2b} = \frac{8b}{3b} = \frac{8}{3}$ 最靠近 3