

# 桃園縣九十四學年度國民中學教師甄選【專門科目：數學】試題

※注意事項：1. 答案一律寫在答案本上，如寫在試題卷上不予計分。

2. 不必抄題，但應標明題號，依序作答。(順序請由左至右，由上而下。)

3. 作答完畢，請將試題及答案本一併交回。

一、選擇題：請依照題意，從四個選項中選出一個正確或最佳的答案(共 25 題，每題 4 分，合計 100 分)

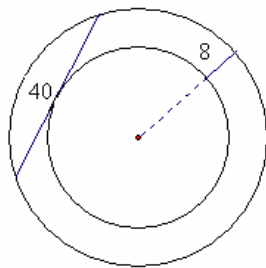
1. 某公司要將一些裝好箱的貨物運送到碼頭外銷。已知這些貨物(含箱子)的總重量為 13.5 公噸，且每箱貨物(含箱子)的重量都不超過 350 公斤。若不能把箱子拆開，試問要將這些貨物一次全部運完，至少需要多少輛載重 1.5 公噸的小貨車？

(A) 9 輛 (B) 10 輛  
(C) 11 輛 (D) 12 輛

2. 設  $y = \frac{x^2 - 3x + 4}{x^2 + 3x + 4}$ ，則  $y$  的最小值為多少？

(A) -1 (B) 0  
(C)  $\frac{1}{7}$  (D) 1

3. 平面上有大、小兩個同心圓，已知兩圓半徑長的差為 8，大圓有一弦長為 40 且與小圓相切(如圖所示)，則大圓的半徑是多長？



(A) 21 (B) 25  
(C) 27 (D) 29

4. 假設某班的每一位學生，他今天是健康的，則他明天仍是健康的機率為 95%，且他今天若生病，則他明天仍生病的機率為 55%。若該班學生今天生病的人數佔全班人數的 20%，則可預期明天全班學生中生病的人數佔全班人數的多少？

(A) 11% (B) 15%  
(C) 25% (D) 50%

5. 若  $\sin x = 3\cos x$ ，則  $\sin x \cos x$  之值為何？

(A)  $\frac{1}{6}$  (B)  $\frac{2}{9}$   
(C)  $\frac{1}{4}$  (D)  $\frac{3}{10}$

6. 某不透明的袋子中裝有大小相同黃、紅、綠三種顏色的球各一個。現有一種遊戲是從此袋子中抽球，若抽出的是黃球，則得 1 分；若抽出的是綠球，則扣 1 分；若抽出的是紅球，則不得分也不扣分，每次抽完球後都要放回去。試問從袋子中抽三次球(每次僅抽一球)，總共得 -1 分的機率是多少？

(A) 0 (B)  $\frac{1}{5}$   
(C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $\frac{2}{9}$

7. 在梯形  $ABCD$  中， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， $\overline{AD} = a$ ， $\overline{BC} = b$ ， $E$ 、 $F$  分別是  $\overline{AD}$  與  $\overline{BC}$  的中點， $\overline{AF}$  與  $\overline{BE}$  交於  $G$  點， $\overline{CE}$  與  $\overline{DF}$  交於  $H$  點，則  $\overline{GH}$  之長為何？

(A)  $\frac{a+b}{2}$  (B)  $\frac{ab}{a+b}$   
(C)  $b-a$  (D)  $\sqrt{ab}$

8. 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$  是  $x^3 - 4x^2 + 5x + 7 = 0$  的三個根，則下列何者正確？

(A)  $a+b+c = -4$  (B)  $ab+bc+ca = 4$   
(C)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = -\frac{5}{7}$  (D)  $abc = 7$

9. 有多少個正整數  $n$ ，可使得  $n^2 - 7n + 10$  被  $n-3$  整除？

(A) 5 (B) 4  
(C) 3 (D) 2

10. 設  $f(x) = x^2 + bx + c$ 。若  $f(x)$  是  $x^4 + 6x^2 + 25$  及  $3x^4 + 4x^2 + 28x + 5$  的公因式，則  $f(3)$  之值為何？

(A) 6 (B) 7  
(C) 8 (D) 9

11. 設  $x-1$  為多項式  $f(x)$  的因式，且  $f(x)$  以  $2x-1$  除之得餘式為 1，則  $f(x)$  以  $(x-1)(2x-1)$  除之得餘式的常數項為

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

12. 函數  $f(x)$  的圖形對稱於  $x=a$ ，則下列敘述何者正確

(A)  $f(x)$  為偶函數 (B)  $f(x)$  為奇函數  
(C)  $f(a-x) = f(a+x)$  (D)  $f(x-a) = f(x+a)$

13. 對所有實數  $x$  與  $y$ ，函數  $f$  滿足  $f(x+y) = f(x) + f(y) + xy$ ，求  $f(0) =$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3

14. 設  $a_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}$ ，試問下列那一個條件成立可推得

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  收斂

(A)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} = 1$  (B)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$   
(C)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{1}{2}$  (D)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{1}{3}$

15. 三角形 ABC 中，設  $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ ，

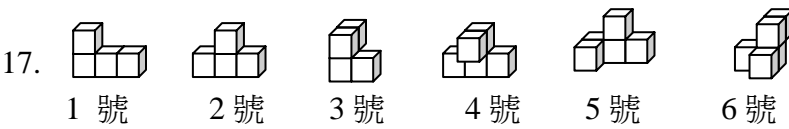
設 D 為  $\overline{BC}$  上的一點，若  $\overline{AD}$  為  $\angle BAC$  的平分線，則  $\overline{AD} =$

- (A)  $\frac{3\sqrt{3}}{2}$  (B)  $3\sqrt{3}$  (C)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (D)  $\sqrt{3}$

16. 甲乙丙丁四隊進行循環賽，每隊均要與其他三隊比賽，勝隊得積分 3 分，敗隊得 0 分；若是和局則兩隊各得 1 分。下表是比賽結果各隊的積分表，其中丙的積分被蓋住了，根據下表的訊息推知丙的積分是

隊伍	甲	乙	丙	丁
積分	6	4	?	2

- (A)4 (B)3 (C)2 (D)1

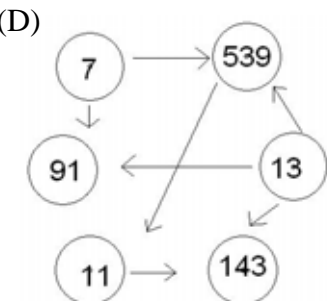
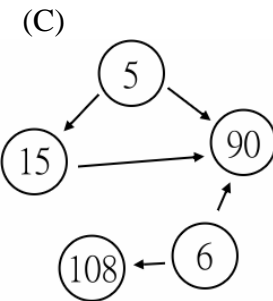
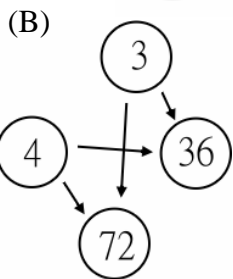
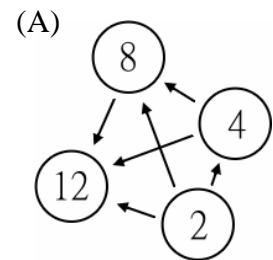
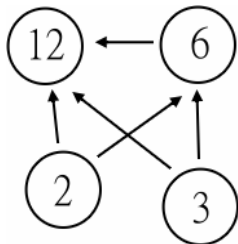


請觀察用哪兩個積木可拼出右圖？

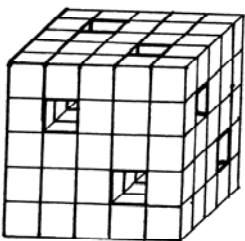


- (A) 2 號、3 號 (B) 1 號、4 號  
(C) 3 號、4 號 (D) 1 號、3 號

18. 觀察並推測右圖四個圓圈之間的連線與箭頭方向代表的意義，然後判斷下列選項何者正確？

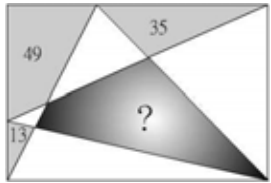


19. 如右圖示，一個邊長為 5cm 的立方體，將某幾處挖空後，從立方體的前、後、左、右、上、下看，都有兩個相通的正方形孔。請算算這個挖空的立方體的體積是多少立方公分？



- (A)101 (B)99  
(C)97 (D)103

20. 如圖，在長方形內畫了四條直線交出一些區域，已知邊上三塊灰色區域的面積分別是 13，35，49 平方公分。則圖中 ? 部分的面積等於



- (A)84 (B)97 (C)62 (D)90 平方公分

21. 為了節省空間我們將 111122255777 表示成  $1_4 2_3 5_2 7_3$ ，若已知  $2_x 3_y 5_z + 3_z 5_x 2_y = 5_3 7_2 8_3 5_1 7_3$ ，則  $x =$

- (A)5 (B)4 (C)3 (D)2

22. 老師在課後給五位同學做一次數學測驗，後來老師將考試成績隨機地輸入一個電腦計算軟體，此軟體會在每次輸入成績後，自動計算輸入數值的平均。老師發現每一次輸入成績後，算出的平均值都是整數，這五個同學測驗的成績分別為 71，76，80，82，91(這並不是老師輸入的順序)，請問老師輸入成績的順序中，最後一筆輸入的成績是

- (A)80 (B)82 (C)91 (D)71

23. 設  $a_1, a_2, \dots, a_{50}$  是從 -1, 0, 1 這三個整數中取值的數列。若  $a_1 + a_2 + \dots + a_{50} = 9$ ，且

$$(a_1 + 1)^2 + (a_2 + 1)^2 + \dots + (a_{50} + 1)^2 = 107$$

則  $a_1, a_2, \dots, a_{50}$  之中有幾項是 1？

- (A)18 (B)20 (C)22 (D)24

24. 設  $a, b, c, d$  皆為實數且  $a^2 + b^2 = 6$ ， $c^2 + d^2 = 8$ ，求  $ab + cd$  的最大值 = (A) 5 (B) 6 (C)  $\frac{13}{2}$  (D) 7

25. 已知函數  $f$  滿足下列性質： $f(1) = 1$ ，且對任意的正整數  $n$ ， $f(2n) = n \cdot f(n)$ 。則  $f(2^{100}) = ?$  (A) 1 (B)  $2^{99}$  (C)  $2^{4950}$  (D)  $2^{9999}$

# 桃園縣九十四學年度國民中學教師甄選【專門科目：數學】

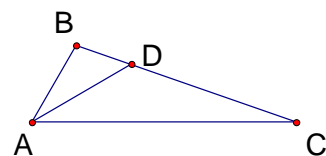
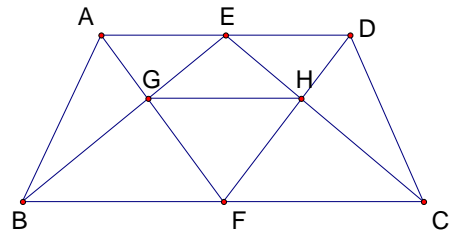
## 試題答案

- ※注意事項：1. 答案一律寫在答案本上，如寫在試題卷上不予計分。  
2. 不必抄題，但應標明題號，依序作答。(順序請由左至右，由上而下。)  
3. 作答完畢，請將試題及答案本一併交回。

一、選擇題：請依照題意，從四個選項中選出一個正確或最佳的答案(共 25 題，每題 4 分，合計 100 分)

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>B</b>	<b>D</b>	<b>D</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
11.	12.	13.	14.	15.	16.	17.	18.	19.	20.
<b>C</b>	<b>C</b>	<b>A</b>	<b>D</b>	<b>A</b>	<b>A</b>	<b>D</b>	<b>C</b>	<b>A</b>	<b>B</b>
21.	22.	23.	24.	25.					
<b>A</b>	<b>A</b>	<b>D</b>	<b>D</b>	<b>C</b>					

1. [國一]一車最多載 1.4 公噸， $\lceil \frac{13.5}{1.4} \rceil = 10$
2. [微積分－微分的應用]令  $y' = \frac{(2x-3)(x^2+3x+4) - (2x+3)(x^2-3x+4)}{(x^2+3x+4)^2}$   
 $= \frac{6(x-2)(x+2)}{(x^2+3x+4)^2} = 0 \Rightarrow x = 2, -2$ ，當  $x = 2$ ， $y$  有最小值  $\frac{1}{7}$ 。
3. [國三]設大圓半徑為  $R$ ，小圓半徑則為  $R-8$ 。利用畢氏定理。  
 $R^2 = (R-8)^2 + 20^2 \Rightarrow R = 29$
4. [線代－馬可夫鏈]轉移矩陣為  $\begin{bmatrix} 0.95 & 0.45 \\ 0.05 & 0.55 \end{bmatrix}$ ，初始矩陣為  $\begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.2 \end{bmatrix}$ 。過一天之後，也就是  $\begin{bmatrix} 0.95 & 0.45 \\ 0.05 & 0.55 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.8 \\ 0.2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.85 \\ 0.15 \end{bmatrix}$ 。  
 $\sin x = 3 \cos x \Rightarrow \tan x = 3 \Rightarrow \sec x = \sqrt{10}$
5. [高一]  
 $\Rightarrow \sin x \cos x = \frac{\tan x}{\sec^2 x} = \frac{3}{10}$
6. [國三]-1 分的狀況有兩種：(一綠二紅)(一黃二綠)。  
 機率為  $\frac{1}{3^3} \times 3 \times 2 = \frac{2}{9}$
7. [國三] 如右圖， $\frac{\overline{GH}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{FG}}{\overline{AF}}$ ， $\frac{\overline{GH}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{EG}}{\overline{BE}} = \frac{\overline{AG}}{\overline{AF}}$   
 $\frac{\overline{GH}}{\overline{AD}} + \frac{\overline{GH}}{\overline{BC}} = 1 \Rightarrow \overline{GH} = \frac{ab}{a+b}$
8. [高一－根與係數](A)應為 4(B)應為 5(D)應為 -7
9. [高一]  $\frac{n^2-7n+10}{n-3} = n-4 + \frac{2}{n-3}$ ，2 有四個因數
10. [高一]用輾轉相除法，找出  $f(x) = x^2 - 2x + 5 \Rightarrow f(3) = 8$
11. [高一]令  $f(x) = Q(x)(x-1)(2x-1) + P(2x-1) + 1$  又  $f(1) = 0 = P+1 \Rightarrow P = -1$   
 故餘式為  $-2x+2$ 。
12. [國三]對稱軸為  $x=a$ ，故為(C)
13. [高一]偷吃步， $f(0) = f(0) + f(0) + 0 \Rightarrow f(0) = 0$
14. [微積分－極限](A)是廢話，應該要等於 0 才符合收斂的定義。(B)反例有  $p$   
 級數  $a_n = \frac{1}{n}$ 。(C)反例有  $a_n = \frac{1}{2}$
15. [國三] 我還是設座標  $A(0,0), B(1, \sqrt{3}), C(6,0)$  利用  
 角平分線性質，可得  $D(\frac{9}{4}, \frac{3}{4}\sqrt{3})$ ， $\overline{AD} = \frac{3}{2}\sqrt{3}$



16. [邏輯]甲兩勝一敗，乙一勝一和一敗，丁兩和一敗。所以丙應為一勝一和一敗，也就是四分。
17. [智力測驗]就看吧。
18. [智力測驗]從數字指出去的箭頭，表示可以整除。(A)錯在多出 12,8 之間的箭頭。(B)錯在少 36,72 之間的箭頭。(D)錯在 539,11 之間的箭頭反了。
19. [空間概念]本來應該  $5 \times 6 = 30$ ，但這些洞會有六個重複的，所以是 24 個。  
 $125 - 24 = 101$
20. [幾何拼貼]台南也有考類似的。導一導之後，用背的比較快，要問的那塊等於給出來三塊面積的和，也就是 97。
21. [智力測驗]慢慢推可以得到  $x=5, y=4, z=3$ 。
22. [國三]這五次平均為 80，是 4 的倍數。扣掉第五次的话，前四次應該會是 4 的倍數，因此第五次必然也是 4 的倍數。只剩下 76,80。但是選項只有 80，所以就他了。
23. [國一]1 比 -1 多 9 個。設 1 有  $x$  個，-1 有  $(x-9)$  個，0 有  $(59-2x)$  個。  
 $4x + (59 - 2x) = 107 \Rightarrow x = 24$
24. [算幾不等式] $ab$  極大值為 3， $cd$  極大值為 4，答案就是 7。
25. [等比數列]  $f(1) = 1, f(2) = 1 \cdot f(1) = 1, f(4) = 2 \cdot f(2) = 2^1$ ,  
 $f(8) = 4 \cdot f(4) = 2^3$ ,  $f(16) = 8 \cdot f(8) = 2^6$ ，這些指數是三角形數。  
 $f(2^n) = 2^{\frac{n(n-1)}{2}} \Rightarrow f(2^{100}) = 2^{\frac{100 \times 99}{2}} = 2^{4950}$