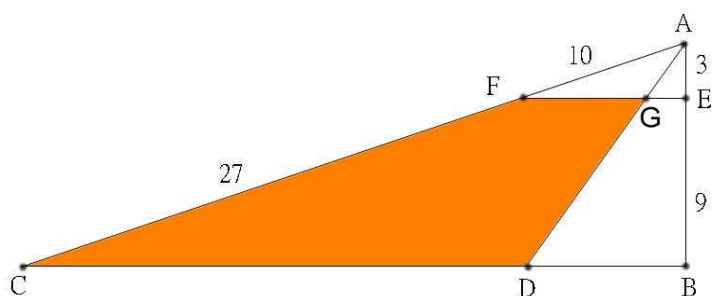


說明：

- 一、請先核對答案卡上號碼與准考證號碼是否相同，考試科目是否正確，若用錯答案卡作答則不予計分。
- 二、本試卷題本採雙面印刷，共五頁有 80 題選擇題，測驗時間從 8:20 到 9:30 共 70 分鐘。
- 三、請依照題意從四個選項中選出一個正確或最佳的答案，並用 2B 鉛筆在答案卡上相應的位置畫記，請務必將選項塗黑、塗滿。未依答案卡上注意事項劃記，以致光學閱讀機無法正確閱讀，其後果由應考人自行負責，不得提出異議。

## 第一部分：數學

1. 某圓 C 內接一個三角形，若此三角形之某一邊之長為 12 公尺，而且此邊之對應角為 30 度。假設此圓之直徑為 ab (ab 為一個二位數)，則  $a+b=$  ?  
(A)3  
(B)4  
(C)5  
(D)6
2. 若 ABCD 為一個長方形， $\overline{AB}=6$  公尺， $\overline{BC}=4$  公尺。延長直線 BD 過 D 至 E，使得  $\overline{BD}=\overline{DE}$ ，求  $\overline{AE}$  之長=? 公尺  
(A)9  
(B)10  
(C)11  
(D)12
3. 擲 3 顆相同且公正之骰子，請問恰有 2 顆點數相同之機率為多少?  
(A) $\frac{5}{11}$   
(B) $\frac{5}{12}$   
(C) $\frac{4}{11}$   
(D) $\frac{4}{12}$
4. 如下圖， $\overline{DA}$  等分  $\angle BAC$ ，且  $\angle ABC=90$  度。 $\overline{AF}=10$ ， $\overline{AE}=3$ ， $\overline{EB}=9$ ，且  $\overline{FC}=27$ 。求陰影部分 CDGF 之面積大約為多少？[請選出最接近之整數值]  
(A)146  
(B)147  
(C)148  
(D)149
5. 今日最新氣象報告，敏多力颱風於本日下午 2 時的中心位置，在鵝鑾鼻燈塔的正南方 300 公里處，暴風半徑為 250 公里，以每小時 25 公里的速度朝「北 30 度西」等速直線前進。若此颱風之速度、方向及暴風半徑皆不變，求鵝鑾鼻燈塔在此暴風圈內前後共長達幾小時？  
(A)12  
(B)14  
(C)16  
(D)18
6. 今有一長 15 公分，寬 8 公分的長方形紙板，於四角減去 4 個小正方形摺成無蓋的紙盒，若減去 a 公分時，可使其容積最大，則  $a=$  ?  
(A)3  
(B)6  
(C) $\frac{2}{3}$   
(D) $\frac{5}{3}$
7. 若球面  $T: x^2+y^2+z^2+ax+by+cz+d=0$  與平面  $x-2y-2z-7=0$  相切於點  $A(3,-1,-1)$ ，且通過  $B(1,-3,1)$ ，求  $a+b+c+d=$  ?  
(A)-45  
(B)-48  
(C)-51  
(D)-54
8. 若  $f(x)=x^2+5x+6$  於座標平面上之圖形頂點為 P，與 X 軸相交於 Q 和 R，並且與 Y 軸相交於 S 點，設四邊形 PQRS 之面積為  $\frac{n}{m}$ ，則  $n+m=$  ?  
(A)31  
(B)32  
(C)33  
(D)34
9. 設 x 與 y 皆為整數，則有多少對的數對(x,y)滿足  $x^2-y^2=104$  ?  
(A)7  
(B)8  
(C)9  
(D)10
10. 設  $r,s \in \{0,1,2,3,\dots,9\}$ ，若  $\frac{2660rs7}{198}$  可以化為一個有限小數，則  $r+s=$  ?  
(A)6  
(B)7  
(C)8  
(D)9
11. 下列敘述何者正確？  
(A)三角形三邊中垂線的交點稱為重心  
(B)條件機率  $P(B|A)=\frac{P(B \cap A)}{P(A)}$   
(C)平面上 7 條直線最多能將平面分成 29 個部分  
(D)以上敘述皆錯
12. 假設 x 是一個三位數，當我把這個三位數反轉以後可以得到另一個三位數 y，請問  $|x-y|$  之最小正整數為多少？  
(A)96  
(B)97  
(C)98  
(D)99



13.  $1abc$  為四位數， $de9$  為三位數， $a、b、c、d、e$  為  $\{0, 2, 4, 6, 8\}$  中任一數字，且滿足  $1abc-de9=537$ ，數字不可重複使用，則  $a-b+c-d+e=$ ？

- (A) 5  
(B) 6  
(C) 7  
(D) 8

14. 若  $x^4-3x^2+x+5=0$  之 4 個根分別為  $r、s、t、w$ ，假設以  $r+2、s+2、t+2$  以及  $w+2$  為 4 個根之方程式為  $x^4+mx^3+nx^2+px+q=0$ ，則  $m+n+p+q=$ ？

- (A) -3  
(B) -1  
(C) 1  
(D) 3

15. 老王買賣股票喜歡跑短線，假設他每星期結算後都發現會損失該星期之期初資金的 1%，而第  $n$  期結束後資金總損失已超過原始資金的一半，則  $n$  最小為多少？ $[\log 2=0.3010, \log 3=0.4771, \log 1.1=0.0414]$

- (A) 67  
(B) 68  
(C) 69  
(D) 70

16.  $\frac{d}{dx} x^x =$

- (A)  $xx^{x-1}$   
(B)  $x^x[1+\ln x]$   
(C)  $x^x\left[\frac{1}{x}+\ln x\right]$   
(D)  $x^x\left(\frac{1}{x}+1\right)$

17. 若  $F(x) = \int_0^{x^2} \frac{dt}{t^4+9}$ ，則  $F'(-1) =$

- (A)  $-\frac{1}{10}$   
(B)  $\frac{1}{5}$   
(C)  $-\frac{1}{5}$   
(D)  $\frac{1}{10}$

18. 若  $\{a_n\}$  是一實數列，下列敘述何者不正確？

- (A) 若  $\{a_n\}$  收斂，則  $\{a_n\}$  是一柯西數列(Cauchy sequence)  
(B) 若  $\{a_n\}$  收斂，但  $\{a_n\}$  不一定有界  
(C) 若  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  收斂，則  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$   
(D) 若  $\{a_n\}$  為遞增且是有界數列，則  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  存在

19.  $\frac{d^2 y}{dx^2} + 4y = 0$  之解為

- (A)  $y = c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x$   
(B)  $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x}$   
(C)  $y = c_1 \cos 4x + c_2 \sin 4x$   
(D)  $y = c_1 e^{4x} + c_2 e^{-4x}$

20. 若  $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{若 } x \leq 1 \\ x & \text{若 } x > 1 \end{cases}$ ，則

(A)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = -1$

(B)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$

(C)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1} = 2$

(D)  $f$  在  $x=1$  不連續

21. 若  $\alpha, \beta$  均為複數，且  $|\alpha|=1, \alpha \neq \beta$  則  $\left| \frac{\alpha-\beta}{1-\bar{\beta}} \right| =$

- (A) 3  
(B) 2  
(C) 4  
(D) 1

22. 若  $z = x+iy$ ，則不等式  $|z-1| + |z+1| \leq 4$  所表示之區域為

- (A) 一圓內部  
(B) 一橢圓內部  
(C) 一圓外部  
(D) 一雙曲線內部

23. 設  $M = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ ，則  $M$  之特徵值為

- (A) 2 或 3  
(B) 1 或 2  
(C) 2 或 4  
(D) 1 或 3

24. 設  $Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$  = 所有整數之集合，下列何者不正確

- (A)  $(Z, +)$  形成加法群  
(B)  $Z$  是  $R$  中之閉集合  
(C) 任何實數均是  $Z$  之內點  
(D)  $brZ = Z$ ， $brZ$  表示  $Z$  之邊界點所形成之集合

25. 若隨機變量  $X$  是二項分佈  $B(n, p)$ ，下列何者不正確？

- (A)  $E(X) = np$   
(B)  $E(X) = npq + n^2 p^2$   
(C)  $P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$   
(D)  $\sigma^2 = npq + 1$

26. 設  $y = -x^2 + 4x + 5$  ( $-4 \leq x \leq 1$ )，則下列敘述何者正確？

- (A)  $x=2$  時， $y$  有最大值 9  
(B)  $x=1$  時， $y$  有最小值 8  
(C)  $x=-4$  時， $y$  有最小值 -27  
(D)  $x=-4$  時， $y$  有最大值 -27

27.  $195x - 100y = 5$ ， $100 < x < 200$  之整數解有幾組？

- (A) 3  
(B) 4  
(C) 5  
(D) 6

28.  $a, b \in N$  且  $a < b$ ，若  $(a, b) + [a, b] = 15$ ，則序對  $(a, b)$  共有幾組？

- (A) 4  
(B) 5  
(C) 6  
(D) 7

29.設 $a,b$ 均為不等於零的實數，則下列各敘述何者**不真**？

- (A)若 $|a|=a,|b|=b$ ，則恆有 $a+b=|a|+|b|$
- (B)若 $|a|=a,|b|=-b$ 且 $|a|<|b|$ ，則 $a+b=|b|-|a|$
- (C)若 $|a|=-a,|b|=-b$ ，則恆有 $a+b=-(|a|+|b|)$
- (D)若 $|a|=-a,|b|=b$ 且 $|b|<|a|$ ，則 $a+b=|b|-|a|$

30.若有一循環小數 $0.\overline{3}$ ，則此循環小數在小數點以下第幾位開始與 $\frac{1}{3}$ 之差小於 $\frac{1}{10^4}$ ？

- (A)4
- (B)5
- (C)6
- (D)7

31.在下面哪一範圍中，方程式 $x^4-x^3-32x^2+31x+31=0$ 有一個根？

- (A) $0<x<1$
- (B) $1<x<2$
- (C) $2<x<3$
- (D) $3<x<4$

32.二多項式 $f(x)$ ， $g(x)$ ，若 $f(x)\div(2x-1)$ 之餘式為3，  
 $g(x)\div(4x-2)$ 之餘式為1，則 $[f^2(x)+3g(x)\times f(x)]\div(x-\frac{1}{2})$ 之餘式為？

- (A)18
- (B)9
- (C) $\frac{9}{2}$
- (D) $\frac{9}{4}$

33. $|x-1|-3|<2$ 之解為

- (A) $x>2$  or  $x<0$
- (B) $-4<x<6$
- (C) $-4<x<0$
- (D) $-4<x<0\cup 2<x<6$

34. $\sin 23^\circ \cos 112^\circ - \sin 292^\circ \sin 67^\circ =$

- (A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (B)1
- (C)-1
- (D) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

35.在 $\triangle ABC$ 中，若 $a+c-2b=0$ 且 $3a+4b-5c=0$ ，則 $\triangle ABC$ 之外接圓與內切圓之面積比為

- (A)25:4
- (B)5:2
- (C)25:1
- (D)25:16

36. (a) $u(3,4),v(1,-3)$  (b) $u(2,-3),v(6,-9)$  (c) $u(4,3,-2),v(2,-6,7)$   
(d) $u(-4,6,-2),v(2,-3,1)$ ：請問上列各組中 $u,v$ 為線性相依的共有幾組？

- (A)0
- (B)1
- (C)2
- (D)3

37.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+5)} =$

- (A)  $\frac{23}{90}$
- (B)  $\frac{23}{60}$
- (C)  $\frac{2}{9}$
- (D)  $\frac{2}{15}$

38. 一電腦擇友活動中有五位男孩A，B，C，D，E及四位女孩a，b，c，d參加，經過個性和興趣分析後，電腦跑出來的結果是：a和C、D不適合，b和A、E不適合，c和B、C不適合，d和E不適合，請問共有多少種配對法？

- (A)35
- (B)30
- (C)25
- (D)20

39. 集合 $M=\{2,3,5,7\}$ 的子集共有多少個？

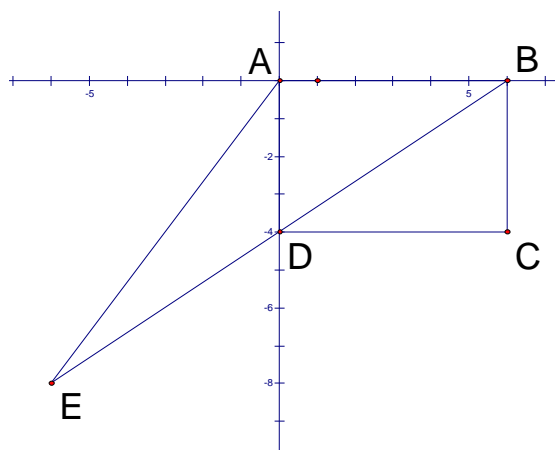
- (A)20
- (B)18
- (C)16
- (D)15

40. 下列何者為真？

- (A)若 $f:A\rightarrow B$ 、 $g:A\rightarrow B$ 均為一對一函數，則 $f=g$
- (B)若A有 $m$ 個元素、B有 $n$ 個元素、 $f:A\rightarrow B$ 為一對一函數，則 $m=n$
- (C)若 $f:R\rightarrow R$ 、 $g:R\rightarrow R$ 均為一對一函數，則 $f+g:R\rightarrow R$ 亦為一對一函數
- (D)若A有 $m$ 個元素、B有 $n$ 個元素、 $f:A\rightarrow B$ 為一對一函數，則 $m\leq n$

台南縣九十三學年度公立國民中學教師聯合甄選答案< 數學 >									
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D	B	B	C	C	D	C	C	B	A
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
C	D	D	C	C	B	C	B	A	B
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
D	B	A	C	D	C	C	A	B	A
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
B	A	D	A	A	C	A	C	C	D

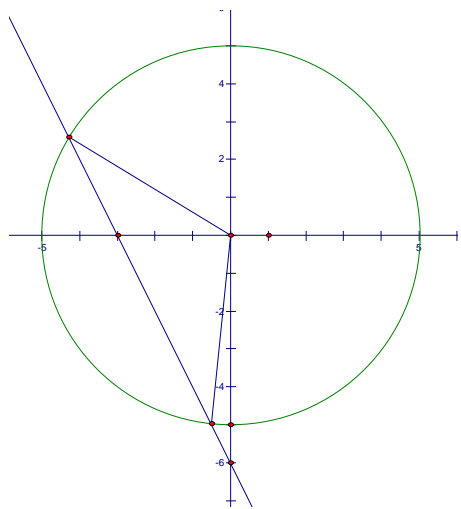
1. [高一]正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow \frac{12}{\sin 30^\circ} = 24 \Rightarrow a+b=6$
2. [國三]相似形：這種題目我都座標化，輕鬆又自在。所以  $\overline{AE}=10$



3. [國三]兩同之後一不同： $\frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{36}$ ，兩異之後再一顆跟其中一顆相同： $\frac{5}{6} \times \frac{2}{6} = \frac{10}{36}$ ，相加即得  $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$
4. [很不好算的國三題]又不能當成梯形來算，運算量太大，所以我就放棄了。算完這題可能要十分鐘。
5. [高一]三角函數應用題：一樣座標化。但一個單位表示 50 公里。將燈塔視為原點，與圓心。颱風路徑的直線方程為  $\sqrt{3}x + y = -6$ ，圓的方程為  $x^2 + y^2 = 5^2$

$$(-6 - \sqrt{3}x)^2 + x^2 = 25 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -3\sqrt{3} \\ \alpha\beta = \frac{11}{4} \end{cases} \Rightarrow |\alpha - \beta| = 4$$

路徑長會是兩倍，也就是八個單位，而兩小時一個單位，所以共 16 個小時。



6. [微積分應用—求極大極小]  
 $V(a) = (15-2a)(8-2a)a = 4a^3 - 46a^2 + 120a$   
令  $V'(a) = 12a^2 - 92a + 120 = 0$   
 $(3a-5)(a-6) = 0, a = \frac{5}{3}, 6$  (不合)
7. [高二]空間座標，可令圓心為  $(3+t, -1-2t, -1-2t)$   
 $\overline{OA} = \overline{OB} \Rightarrow 9t^2 = (2+t)^2 + (2-2t)^2 + (-2-2t)^2$   
 $4t+4-8t+4+8t+4=0 \Rightarrow t=-3 \Rightarrow$  圓心  $(0,5,5)$   
半徑  $=|3t|=9$   
球面方程式： $x^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 81$   
展開  $x^2 + y^2 + z^2 - 10y - 10z - 31 = 0$   
 $a+b+c+d = -51$
8. [國三]  $f(x) = x^2 + 5x + 6 = (x + \frac{5}{2})^2 - \frac{1}{4}$   
 $P(-\frac{5}{2}, -\frac{1}{4}), Q(-2,0), R(-3,0), S(0,6)$

$$\text{四邊形面積} = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{25}{4} = \frac{25}{8} \Rightarrow m+n=33$$

9. [國二]  $x^2 - y^2 = 104 \Rightarrow (x+y)(x-y) = 104$   
而  $(x+y)$  與  $(x-y)$  必同奇同偶，本題為同偶。  
而  $104=4 \times 26=2 \times 52$  共 2 種。 $xy$  對調與考慮正負，共 8 種。
10. [國一]可化為有限小數，表分母只剩 2 或 5 的倍數。  
換句話說要上下同約掉 99。  
99 的倍數可以使用  $26+60+rs+7$  為 99 的倍數。  
故  $rs=06, r+s=6$
11. [雜燴](A)應為外心(B)條件機率  $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$
12. [國一] $x-y$  必為 99 的倍數。
13. [益智題]硬湊出  $1026-489=537$ ，所以答案為 8
14. [高一]每個根都加 2，等於圖形往右移動 2。故用  $(x-2)$  去代替原本的  $x$  展開即可。  
 $(x-2)^4 - 3(x-2)^2 + (x-2) + 5 = 0$   
 $\Rightarrow x^4 - 8x^3 + 21x^2 - 19x + 7 = 0 \Rightarrow m+n+p+q=1$
15. [高一]  $\log 0.99 = -0.0044$ ， $-0.0044n < -0.3010$   
 $n > \frac{3010}{44} \approx 68.5 \Rightarrow n=69$
16. [微積分—技巧題]訣竅  $x^x = e^{x \ln x}$   
 $\frac{d}{dx} e^{x \ln x} = e^{x \ln x} (\ln x + 1) = x^x (\ln x + 1)$
17. [微積分—微積分第二定理應用]  $F'(x) = \frac{1}{x^8+9} \times 2x$   
 $F'(-1) = \frac{1}{1+9} \times (-2) = -\frac{1}{5}$
18. [微積分—數列極限與收斂] **收斂必然有界，不然是要收斂到哪裡去？**
19. [微積分—常微分方程]可以用代的，也可以用背公式的。我喜歡用代的，這樣比較正確。
20. [微積分—極限]左極限為  $2x$ ，右極限為 1，不相等。
21. [高二]概念題，答案是 1。
22. [高二]兩長度的和等於某定值，是橢圓，小於的話就是內部。所以是一橢圓內部。
23. [線代]  $(\lambda-1)(\lambda-4)+2=0 \Rightarrow \lambda=2,3$
24. [雜燴](C)錯在整數不可能包含所有實數
25. [機統]我是用背的， $\sigma^2 = np(1-p)$
26. [國三]開口朝下，有最大值發生在  $x=-2$ ，相對最小發生在  $x=-4$
27. [高一]  $39x-20y=1 \Rightarrow \begin{cases} x=-1+20t \\ y=-2+39t \end{cases}$ ，對  $x$  而言，每二十個整數會有一組解， $100 < x < 200$  會有 5 組解。
28. [國一或益智題]湊吧。 $(1,14)(2,7)(3,12)(5,10)$  共四組
29. [國一]通常我都丟數字去檢查，(B)是錯的。
30. [國一]第四位已經到  $10^{-4}$ ，所以誤差會小於  $10^{-4}$ 。
31. [國二]可分解為  $(x^2-x-1)(x^2-31)=0$   
 $x = \pm\sqrt{31}, \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \Rightarrow 1 < \frac{1+\sqrt{5}}{2} < 2$
32. [高一]我用芭樂招，讓  $f(x)=3, g(x)=1$ ，所求  $=18$
33. [國一]  $-2 < |x-1| - 3 < 2, 1 < |x-1| < 5$   
 $1 < x-1 < 5, 2 < x < 6$   
 $-5 < x-1 < -1, -4 < x < 0$
34. [高一]原式會成為  $\cos(22+23)^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$

35. [國三]解得  $a:b:c=3:4:5 \Rightarrow R=\frac{5}{2}$  ,  $r=1$

面積比= $\frac{25}{4}:1=25:4$

36. [線代]線性相依就兩個成比例，有(b)(d)

37. [高一—分項對消法]扣一扣會剩下

$\frac{1}{6}(\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5})=\frac{23}{90}$

38. [高二]這又是一題很痛苦的窮舉法，以下列出我的結果。

$$\left[ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} D-C \\ B \left\{ \begin{array}{l} C \\ E \left\{ \begin{array}{l} D \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} D-B \\ C \left\{ \begin{array}{l} B \\ E \left\{ \begin{array}{l} D \end{array} \right. \end{array} \right. \\ D-E \left\{ \begin{array}{l} B \\ C \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. \left[ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} A-D \\ C \left\{ \begin{array}{l} D-A \\ E \left\{ \begin{array}{l} A \\ D \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} A-C \\ D \left\{ \begin{array}{l} A \\ E \left\{ \begin{array}{l} C \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right. \left[ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} C \\ A \left\{ \begin{array}{l} D \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} B \\ A \left\{ \begin{array}{l} D \end{array} \right. \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} A \\ D \left\{ \begin{array}{l} B \end{array} \right. \end{array} \right. \\ D-A \left\{ \begin{array}{l} B \\ C \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

39. [高二]取或不取而已， $2^4=16$

40. [高一](A)錯,如[0,4]y=x,x+y=4

(B)錯，可能  $n>m$

(C)錯，如(A)中的例子會變成多對一